Giovanni Crapulli

Mathesis universalis

Genesi di una idea nel XVI secolo

Edizioni dell'Ateneo Roma

Giovanni Crapulli

Mathesis universalis

Genesi di una idea nel XVI secolo

Edizioni dell'Ateneo Roma

MATHESIS UNIVERSALIS
GENESI DI UN'IDEA NEL XVI SECOLO

LESSICO INTELLETTUALE EUROPEO
II

CENTRO DI STUDIO DEL C.N.R.

GIOVANNI CRAPULLI

MATHESIS UNIVERSALIS

GENESI DI UN'IDEA NEL XVI SECOLO

Edizioni dell'Ateneo Roma

1969, © Copyright by Edizioni dell'Ateneo Roma

Secondo le norme del Lessico Intellettuale Europeo questo volume è stato sottoposto all'approvazione di T. De Mauro e T. Gregory

INDICE

p.

7 *Premessa*

9 I. Il V libro degli *Elementi* di Euclide, il *Commento al I libro degli Elementi* di Proclo e la problematica di una scienza matematica comune

33 II. La 'scientia communis' matematica nel *Commentarium de certitudine mathematicarum* di A. Piccolomini (1547). L'insegnamento delle matematiche allo Studio padovano sulla metà del sec. XVI: F. Delfino, P. Catena, F. Barozzi

63 III. Il *Commento* di Proclo nelle interpretazioni di P. Ramo e C. Dasipodio: 'dialectica' e 'communis scientia universalis'

93 IV. La 'scientia mathematica communis' in analogia alla 'prima philosophia' secondo B. Pereira

101 V. Il progetto della 'prima mathesis' nell'*Apologia pro Archimede* di A. van Roomen

125 VI. La 'mathematica generalis' nella *Methodus admirandorum mathematicorum* di J. H. Alsted (1613)

145 VII. Conclusioni sulla *mathesis universalis* nel sec. XVI

155 *Appendici*

157 I. Scritti matematici (1564, 1570, 1593) di C. Dasipodio

205 II. Dalla 'Cosmographia' (1585) di F. Barozzi

209 III. La 'Apologia pro Archimede' (VI-VIII capp.; 1597) di

243 IV. La 'Methodus admirandorum mathematicorum' (1613) di J. H. Alsted

275 *Indici*

277 Indice terminologico

279 Indice dei nomi propri

PREMESSA

Nel brano autobiografico del commento alla quarta delle *Regulae ad directionem ingenii* Descartes, nel tratteggiare l'interesse e la predilezione per le scienze matematiche, si sofferma a considerare una scienza matematica comune « quae id omne explicet, quod circa ordinem et mensuram nulli speciali materiae addictam quaeri potest », designandola con l'espressione di 'mathesis universalis'. Sottolinea in pari tempo l'importanza di questa disciplina, cui dichiara di essersi dedicato con ogni impegno — « . . . hanc mathesim universalem quantum in me fuit, hactenus excolui . . . » —, lasciando intendere in che larga misura questa sua applicazione influì sulla formazione del suo pensiero e soprattutto del suo metodo. Ho inteso dare un primo contributo alla chiarificazione del concetto e della portata di una tale disciplina, su cui peraltro lo stesso Descartes non si diffonde sufficientemente.

In questo saggio si presentano i risultati delle ricerche svolte nell'ambito del sec. XVI fino al primo decennio del secolo successivo, includendo la *Methodus admirandorum mathematicorum* di J. H. Alsted (1613), strettamente legata alla *Protheoria mathematica* di C. Dasipodio (1593). Resterà proseguire le indagini fino all'epoca redazionale delle *Regulae ad directionem ingenii*.

Si è adottata la denominazione cartesiana di 'mathesis universalis' — che ricorre già nell'*Apologia pro Archimede* di

A. van Roomen (1597) — per esprimere questa scienza matematica comune, denominazione che troverà riscontro più o meno diretto nelle espressioni diverse usate dagli autori incontrati nel corso delle ricerche, non sempre tuttavia con una accezione chiaramente specifica al campo delle matematiche.

A 'mathesis universalis' si contrappone 'mathesis universa', espressione ricorrente nel sec. XVI sempre in accezione estensiva per indicare non una scienza particolare, ma tutte le discipline matematiche nel loro insieme come un tutto unitario.

Mi sia consentito ringraziare per i loro preziosi consigli e suggerimenti il Prof. Tullio Gregory e il Prof. Tullio De Mauro.

G. C.

I

Il V libro degli *Elementi* di Euclide, il *Commento al I libro degli Elementi* di Proclo e la problematica di una scienza matematica comune

Agli inizi del sec. XVI le matematiche figuravano unificate per un duplice ordine di considerazioni. Nel primo si riconosceva alle discipline della *mathesis universa* una natura comune o genere, dalla cui specificazione traevano origine i soggetti di ciascuna di esse. Questa natura comune nella classificazione tradizionale del quadrivio veniva identificata con la 'quantitas'. In considerazione di questa posizione basilare della quantità Regiomontano aveva definito la matematica: « scientia considerativa quantitatis » (nella *Oratio habita Patavii in praelectione Alfragani*).

La classificazione attribuita ai pitagorici distingueva quattro discipline matematiche: l'aritmetica, la geometria, la musica e l'astronomia, raccolte poi nella denominazione di quadrivio, alla cui diffusione nel mondo latino aveva dato un contributo determinante Boezio con la composizione di relativi manuali, in primo luogo con quello dell'*Arithmetica* (o *Institutio arithmetica*) [1],

[1] Anicii Manlii Torquati Severini Boetii *De Institutione arithmetica libri duo, De institutione musica libri quinque*... edidit G. Friedlein, Lipsiae 1867. Riportiamo dal *Proemium* della *Institutio arithmetica* i due brani sul *quadrivium*: « Inter omnes priscae auctoritatis viros, qui Pythagora duce puriore mentis ratione viguerunt, constare manifestum est, haud quemquam in philosophiae disciplinis ad cumulum perfectionis evadere, nisi cui talis prudentiae nobilitas quodam quasi quadruvio vestigatur, quod recte intuentis sollertiam non latebit. Est enim sapientia rerum, quae sunt

che ci è pervenuto con il manuale sulla musica e con frammenti di quello sulla geometria.

Edita per la prima volta nel 1488 ad Augusta da Erhardt Radtolt (che già era stato a Venezia nel 1482 il primo editore degli *Elementi* di Euclide in latino), l'*Arithmetica* di Boezio ebbe oltre venti edizioni solo fino alla metà del sec. XVI, a sé o unitamente ad altri manuali di matematica, a volte compendiata (come da Jacques Lefèvre d'Etaples nel 1503) o commentata (come da Gerardus Ruffus nel 1521)[2]. A questo manuale di Boezio si rifaceva dichiaratamente Gregor Reisch nella sua enciclopedica *Margarita philosophica*[3] nel IV libro dedicato al-

suique inmutabilem substantiam sortiuntur, conprehensio veritatis ... ». Segue la classificazione delle quattro discipline basata sulla distinzione della 'essentia inmutabilis' in 'continua ... disiuncta ... manens ... mobilis'. « Quibus quattuor partibus si careat inquisitor, verum invenire non possit, ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est ... Hoc igitur illud quadruvium est, quo his viandum sit, quibus excellentior animus a nobiscum procreatis sensibus ad intelligentiae certiora perducitur » (*ed. cit.*, pp. 7-10). Sull'origine del termine e sulla forma lessicale 'quadruvium' cfr. P. Rajna, *Le denominazioni 'Trivium' e 'Quadrivium'*, in « Studi Medievali », Nuova serie, I vol. (1928), pp. 4-36.

[2] Cfr. D. E. Smith, *Rara arithmetica*, Boston-Londra 1908, p. 27.

[3] È una *summa* sistematica delle varie discipline di insegnamento nella facoltà delle arti, sullo schema ampliato del trivio e del quadrivio. Redatta in forma di dialogo tra *Magister* e *Discipulus* si compone di 12 libri (rispondenti alle singole discipline o sezioni di esse: *grammatica, dialectica, rhetorica, arithmetica, musica, geometria, astronomia et astrologia, physices principia, rerum naturalium origo, de anima vegetativa et sensitiva, de anima rationali, ethica seu moralis*), ciascuno diviso in due o più trattati, e questi a loro volta in brevi capitoli. Secondo R. Ritter von Srbik (*Die Margarita philosophica des G. Reisch*, Vienna 1941), la prima edizione apparve nel 1503 a Strasburgo presso Joannes Scotus; secondo altri era già stata pubblicata nel 1496. Nel corso del sec. XVI se ne ebbe una decina di edizioni integrate da aggiunte e appendici. Da ricordare quelle a cura di Oronzio Fineo (Parigi 1523, Basilea 1535 e 1583; a Venezia presso Barezzo Barezzi ne appariva nel 1599 una versione italiana), che si proponeva di riportare l'opera alla sua forma originaria, relegando in

l'aritmetica, di cui giova riportare il brano preliminare sul quadrivio, orientato sul concetto base di 'quantitas' e non più su quello di 'essentia inmutabilis'[4] come in Boezio: « ... teste Boëtio rerum eruditissimo: nemo unquam in philosophiae disciplinis ad perfectionis cumulum, sine quadruvio evadere potuit [in margine: *Boëtius in Arith.*] ... Tota vero ista disciplina, quam quadruvium Boëtius nominat, quantitatem speculatur: quantitas vero in magnitudinem, ac multitudinem partitur. Rursus aliae quidem per se, ut tria, aut quatuor: aliae vero ad alias referuntur, ut duplum et dimidium. Magnitudines autem aliae manentes sunt, motuque carentes, ut triangulus, linea: aliae vero semper motae, ut octava sphaera. Harum illam multitudinem, quae per se est, arithmetica speculatur: illam vero, quae ad aliam refertur, musica contemplatur: immobilis vero magnitudinis noticiam, geometria: mobilis autem astronomia pollicetur: unde et ab his quatuor, haec doctrina quadruvium appellata est: sunt enim viae quatuor, ad unum finem (quantitatis scilicet) perducentes »[5].

Accanto alla classificazione del quadrivio si diffonderà nel sec. XVI un'altra classificazione delle discipline matematiche, più estensiva e legata al nome di Gemino, che l'avrebbe esposta in un'opera andata perduta e desunta a sua volta dalla *Storia della geometria* di Eudemo di Rodi[6]. Sia l'una che l'altra classi-

appendice annotazioni e brevi scritti suoi e di altri autori che potessero dilucidare alcuni argomenti, specialmente per la matematica, materia di sua stretta competenza (cfr. prefazione-dedica « Domino Michaeli Baudeto ... Lingonensium episcopo »).

[4] Su 'quantitas' come fondamento nelle classificazioni medievali delle matematiche cfr. L. Calonghi, *La scienza e la classificazione delle scienze in Ugo di S. Vittore*, Torino 1956, particolarmente a pp. 36-39, 55-59, 64.

[5] *Margarita philosophica ... olim ab ipso autore recognita: nuper autem ab Orontio Fineo Delphinate castigata et aucta* ... Basileae apud Henricum Petrum 1535, pp. 268-269.

[6] Cfr. P.-M. Michel, *De Pythagore à Euclide. Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes*, Parigi 1950, pp. 104-105. Si veda anche

ficazione vengono descritte nel I prologo del *Commento* di Proclo (propriamente nei capitoli XII e XIII del I libro, secondo la divisione di F. Barozzi nella sua versione latina). Ma in questa seconda classificazione il criterio discriminante è dato dalla distinzione di νοητά e αἰσθητά. Così viene riassunta da C. Dasipodio, dopo aver brevemente descritta quella quadripartita dei pitagorici in base al concetto di quantità, in un capitolo delle *Analyseis geometricae* del 1566, di cui diremo più oltre: « Verum academici latiorem adferunt divisionem. nam octo praecipuas scientias ponunt: duas quidem quae versantur περὶ τὰ νοητά, hoc est contemplantur res mente et ratione perceptas: quarum altera arithmetica, altera geometria nominatur. sex vero reliquae explicant res sensibus subiectas, quae αἰσθητά graecis dicuntur, et sunt istae: astrologia, mechanica, optica, geodaesia, canonica, logistica » (f. LXXXVI *v*; v. anche più oltre, *Appendice I*, p. 159).

Un altro ordine di considerazioni in cui le discipline matematiche figuravano unificate verteva sulla loro posizione mediale nella divisione tripartita della filosofia teorica o contemplativa, sia per la maggiore semplicità del loro soggetto rispetto alla concretezza e mutevolezza di quello della filosofia naturale, sia per il conseguente più alto grado di certezza delle loro dimostrazioni. E in virtù di questo elevarsi sul mondo sensibile veniva loro riconosciuta l'importante funzione propedeutica allo studio della metafisica o teologia. Erano questi i temi principali, arricchiti di citazioni da Platone, Tolomeo, Ammonio, Simplicio, Proclo, delle introduzioni generali dei manuali e delle *Orationes in laudem* sulla 'dignitas' e la 'utilitas' delle matematiche per ravvivarne l'interesse o difenderle dal discredito e dall'indifferenza.

A. Frajese, *Attraverso la storia della matematica*, Roma 1962, pp. 29-34, in cui si discute sulle fonti del *Riassunto* o *Elenco* dei geometri nel *Commento* di Proclo.

Nel corpo unitario della *mathesis universa* il concetto di una disciplina distinta dalle altre come *mathesis universalis* venne delineandosi e precisandosi nella misura in cui, nel lento e graduale risorgere dell'interesse per la matematica, secondato dalla diffusione a stampa di testi classici, la riflessione prese consapevolezza di principi e proprietà comuni che derivano alle varie discipline dall'essere partecipi di una medesima natura, e seppe svolgerne la tematica relativa. I testi che maggiormente ispirarono la ricerca di questa disciplina della natura, dei principi e delle proprietà comuni furono, oltre ad un brano aristotelico degli *Analitici posteriori*, gli *Elementi* di Euclide, specie il V libro, e il già menzionato *Commento* di Proclo. In verità, nessuno di essi offriva elementi espliciti e inequivocabili per la chiara definizione di una *mathesis universalis*. Forse la loro importanza è da riconoscere piuttosto nella tematica che suggerirono e nella varietà di interpretazioni cui potevano dare adito giustificandole almeno in parte.

Gli *Elementi* di Euclide furono il testo classico di matematica più diffuso nel sec. XVI, per la loro stessa natura di trattazione elementare non solo della geometria ma anche dell'aritmetica (libri VII-IX), ossia delle due discipline matematiche fondamentali. In conseguenza le stesse prefazioni dei curatori o dei commentatori — citiamo ad es. la prefazione di Zamberti per la sua edizione latina del 1505 e quella di Grynaeus nell'*editio princeps* greca del 1533 — si risolvevano in gran parte in un discorso introduttivo alle matematiche, dello stesso contenuto, se si eccettuano le scarse notizie sull'autore, confuso fin oltre la metà del secolo con il filosofo Euclide di Megara e le osservazioni sugli argomenti e la divisione dell'opera, di quel capitolo preliminare che di prammatica si riscontra all'inizio dei manuali di aritmetica, che per essere considerata secondo la tradizione boeziana la prima delle discipline quadriviali assumeva anche il ruolo di introdurre alla matematica. Al nome di Euclides Mega-

rensis quindi si accompagnava talora, oltre all'epiteto di Στοιχειώτης, l'appellativo di « mathematicarum disciplinarum ianitor » (Zamberti), « solo introduttore delle scientie mathematice » (Tartaglia) [7].

L'opera euclidea in quindici libri (compresi il XIV e il XV attribuiti a Ipsicle) apparve prima in latino, nel 1482, nella versione ritenuta di Adelardo di Bath o di Campano da Novara con le 'commentationes' di quest'ultimo [8], e solo dopo mezzo secolo, nel 1533 a Basilea presso Joannes Hervagius, si ebbe l'*editio princeps* in greco a cura di Simon Grynaeus, professore di greco all'università di Basilea, sulla base di due codici, l'uno di Lazarus Bayfius a Venezia e l'altro di Joannes Ruellius a Parigi. Agli *Elementi* Grynaeus aggiunse, come vedremo, il *Commento al I libro di Euclide* di Proclo nel testo greco. Nel frattempo erano apparse la versione latina di Bartolomeo Zamberti (che agli *Elementi* aveva unito la versione latina di altre

[7] Nella confusa e fantasiosa tradizione araba sulla personalità di Euclide e sulla sua opera correva una leggenda — evidente contaminazione dell'altra relativa all'iscrizione μεδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω — secondo cui i filosofi greci solevano affiggere all'ingresso delle loro scuole l'ammonimento: « nemo scholam nostram adeat, qui Euclidis elementa non prius calluerit » (cfr. J. L. Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid*, Lipsia 1882, p. 3).

[8] *Opus elementorum* Euclidis Megarensis ... Venetiis Erhardus Ratdolt 1482. Cfr. Ch. Thomas-Stanford, *Early editions of Euclid's Elements* (1482-1600), Londra 1926, pp. 3-4. Nella seconda sezione di questo ricco ed informato repertorio si riportano anche le edizioni in greco e in latino limitate ai soli enunziati degli *Elementi* senza le dimostrazioni, che nel XV e XVI sec. non erano ritenute di Euclide, ma di Teone di Alessandria (IV sec.) o di altro commentatore posteriore. Ma Teone fu solo editore degli *Elementi*: la 'recensio teonina' doveva essere emendata nell'edizione critica di J. L. Heiberg (Lipsia 1883) principalmente sulla base di un codice ad essa anteriore. Giovanni Campano da Novara (2ª metà del sec. XIII) tradusse in latino la parte enunciativa dei quindici libri, apportandovi delle integrazioni ('additiones') e corredandola di dimostrazioni esemplate su quelle tradizionali, o nuove ('traditio Campani').

opere di Euclide: *Phaenomena*, *Specularia*, *Perspectiva*, *Liber datorum cum exspositione Pappi Mechanici una cum Marini Dialectici protheoria*; Venezia 1505, poi ancora 1510) e quella di Luca Pacioli (o piuttosto, come dichiara Pacioli stesso, emendamento della versione di Campano, deformata « librariorum detestanda culpa mendis fedissimis »; Venezia 1509).

Zamberti si era attenuto alla tradizione di Teone, Pacioli a quella di Campano. Nel 1516 Jacques Lefèvre d'Etaples [Faber Stapulensis], coadiuvato da Michael Pontanus, dava alle stampe con i tipi di Henri Etienne a Parigi queste due tradizioni latine già pubblicate, alternandole per sezioni unitarie. L'edizione curata da Lefèvre, ristampata nel 1521 a Parigi e nel 1537 a Basilea, apparve ancora a Basilea nel 1546 emendata « ad fidem graeci exemplaris » da Christianus Herlinus (professore di matematica a Strasburgo e che incontreremo più oltre quale maestro di Dasipodio) presso Joannes Hervagius, che vi volle aggiungere anche le altre opere di Euclide tradotte da Zamberti e un *Fragmentum de levi et ponderoso*.

Per quanto riguarda la tematica di una scienza comune, gli *Elementi* euclidei offrono certamente materia di primaria importanza. All'inizio del I libro si elencano tra i principi assiomi che nella maggior parte possono applicarsi a ciascuna specie di quantità. Ma l'argomento più notevole è senz'altro l'ordine di considerazioni sui rapporti e le proporzioni, sviluppato nella rigorosa connessione dimostrativa a partire da principi presupposti lungo un contesto articolato di teoremi e problemi. Tuttavia Euclide non considera rapporti e proporzioni nella loro astrazione più universale, ma nelle determinazioni di quantità specifiche, come il μέγεθος del V libro relativo all'ambito della geometria. Il grado di universalità di questo insieme dottrinale, che forma principalmente il contenuto del V libro, ma trova applicazioni in altre parti dell'opera, fu un tema discusso nel periodo di cui ci occupiamo. Alcuni matematici ne riconobbero un grado di astra-

zione tale che consentiva riferire rapporti e proporzioni alla quantità *sic et simpliciter*, ossia alla 'quantitas abstracta mathematica', fino a riconoscervi la materia più pertinente, se non esclusiva, della scienza matematica comune.

Già nella tradizione latina di Campano, diffusa come si è visto dall'edizione di Pacioli e da quella composita di Lefèvre, il μέγεθος che sottende le definizioni e le proposizioni del V libro, contrariamente alla versione di Zamberti che in questo più aderente al testo traduceva con 'magnitudo', veniva reso con il termine più universale di 'quantitas', e una nota di Campano a commento della 3ª def. puntualizzava alcune considerazioni fondamentali, che figureranno nella tematica della *mathesis universalis*: termine di riferimento la 'quantitas', sua proprietà dell'uguaglianza secondo Aristotele, sviluppo della nozione di rapporto tra quantità secondo Euclide, estensione ed applicazione dei concetti di uguaglianza e rapporto a partire dalla quantità. « Quantitatis autem proprium est secundum ipsam aequale vel inaequale dici ut vult Aristoteles in Praedicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, et per ipsam in omnibus aliis: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate, cum eam diffinivit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinvicem »[9]. La nota di Campano veniva poi ripresa da Nicola Tartaglia nella sua traduzione in volgare degli *Elementi* del 1543[10].

[9] EUCLIDIS MEGARENSIS *mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri XV. Cum expositione Theonis in priores XIII a Bartholomaeo Veneto latinitate donata, Campani in omnes, et Hypsiclis Alexandrini in duos postremos*... Basileae per Ioannem Hervagium 1546, p. 103. Sull'accezione di *proportio* v. n. 1 in *Appendice II*, p. 207.

[10] « ... il proprio della quantita e esser detta secondo quella equal over inequale, come vuol Aristotile in li predicamenti, onde e manifesto la proportione primamente esser trovata in la quantita, et per quella in

Johann Scheubel (1494-1570) nel 1550 pubblicava una nota edizione dei primi sei libri degli *Elementi* con proprie dimostrazioni, premettendo a ciascuno di essi un breve capitolo introduttivo. Nel proemio al V libro (che propriamente viene presentato come *Brevis interpretatio*... *incerti autoris*) si rileva: « Scopus huius quinti libri est is, ut tractetur de proportionibus. Pertinet enim liber iste et ad geometriam ac arithmeticam et musicam, omnesque alias quae simpliciter mathematicae disciplinae vocantur. Etenim quae in ipso traduntur non geometricis solum contemplationibus conveniunt, illisque propria existunt, sed et omnibus quae sub mathematica ipsa comprehenduntur, et ut prius dixi, disciplinis ». Scheubel intitola il V libro ' περὶ τοῦ λόγου καὶ τῆς ἀναλογίας, hoc est, de ratione et proportione ' e a commento della 1ª def. — « μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους... pars est quantitas quantitatis... » — giustifica l'aver reso ' μέγεθος ' con il termine più generale di 'quantitas': « μέγεθος. Licet hac voce continua tantum quantitas, sub qua nimirum lineae, superficies et corpora comprehensa sunt, intelligatur, unde sic quidem magnitudinis significationem habet: tamen quia omnia, quae in hoc libro, tam per definitiones quam etiam ⟨per⟩ propositiones, ab authore nobis praescribuntur, per numeros aeque ut per lineas ostendi possunt: non magnitudinis, sed quantitatis voce, sub qua, tanquam vocabulo generali, numeri etiam comprehenduntur, in

tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantita, per laqualcosa ben ha detto Euclide la proportione simplicemente esser in la quantita » (EUCLIDE MEGARENSE *philosopho: solo introduttore delle scientie mathematice: diligentemente reassettato, et alla integrita ridotto per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartalea, Brisciano, secondo le due tradottioni: e per commune commodo et utilità di latino in volgar tradotto*... [Vinegia per Venturino Roffinelli 1543], f. LIX *v*). Uno sviluppo delle considerazioni di Campano lo troveremo in un passo degli *Universa loca in logicam Aristotelis in mathematicas disciplinas* (1566) di Pietro Catena, v. più oltre n. 27 a pp. 51-52.

versione usi sumus, id quod lector aequo animo ferat, praesertim cum in hoc authori nihil detrahatur, cumque etiam singula numeris declaraverimus » [11].

Più analitico è Federico Commandino (1509-75) nella sua versione latina dell'opera euclidea del 1572. Nei *Prolegomena*, per quanto riguarda il nostro argomento, sottolinea il soggetto comune delle matematiche (« . . . Mathematicae omnes circa quantatatem versantur, atque illius praesidio quidquid moliuntur efficiunt. hinc facile est cognoscere quot, et quae sint huius disciplinae partes. Quis enim ignorat quantitatem aliam esse continuam, aliam vero discretam? . . . »), in base al quale descrive le due classificazioni ormai tradizionali. Utilizza il *Commento* di Proclo e vi si richiama in particolare per distinguere l'Euclide degli *Elementi* dal filosofo contemporaneo di Platone. Nel commentare gli assiomi premessi al I libro ne sottolinea l'appartenenza della quasi totalità alle matematiche in generale e la specifica applicazione nelle singole discipline: « Axiomata fere omnia mathematicis scientiis communia sunt: neque solum in magnitudinibus, sed et in numeris, et motibus, et temporibus vera esse deprehenduntur, aequale enim et inaequale, totum et pars, maius et minus, quantitatibus continuis, et discretis communia sunt. contemplatio igitur quae circa tempora, et quae circa motus, et quae circa numeros, et quae circa magnitudines versatur, his omnibus tanquam manifestis indiget. communibus autem existentibus unusquisque utitur secundum propriam materiam, quoad ipsa requirit: et alius quidem ut in magnitudinibus, alius ut in numeris, alius vero ut in temporibus ipsis utitur, et hoc modo propriae in unaquaque scientia conclusiones fiunt, licet axiomata

[11] EUCLIDIS MEGARENSIS . . . *sex libri priores de geometricis principiis, graeci et latini, una cum demonstrationibus propositionum . . .*, Basileae per Joannem Hervagium [1550], pp. 225-226. Da notare nel frontespizio la qualifica che segue al nome di Scheubel: *Authore Ioanne Scheubelio, in inclyta Tubigensi Euclidis professore ordinario.*

communia fuerint ». Analoghe considerazioni sul carattere generale delle proporzioni vengono svolte nello *scholium* al V libro: « In quinto libro propositum est de analogiis tractare; hic enim liber communis est geometriae, arithmeticae, musicae, et omni simpliciter mathematicae disciplinae: nam quae in ipso demonstrantur non solum geometricis theorematibus congruunt, sed et omnibus, quae ad mathematicas, ut dictum est, disciplinas referuntur . . . sciendum autem est hunc librum in duas partes dividi. et prima quidem pars simpliciorem doctrinam continet, videlicet multiplicium. secunda vero universe de omnibus agit proportionibus . . . » [12]. Tuttavia Commandino attenendosi alla terminologia euclidea rende μέγεθος con 'magnitudo'.

Cristoforo Clavio (1537-1612) si attiene anche lui all'accezione stretta di μέγεθος come 'magnitudo' o 'quantitas continua', ma a differenza di Commandino vede il carattere universale del V libro limitatamente all'ambito della geometria: « Egit in antecedentibus quatuor libris Euclides de quantitate continua absolute considerata; nunc vero duobus sequentibus de eadem disputat non absolute, sed prout una ad aliam refertur, hoc est, quatenus comparata cum alia proportionem aliquam habet. Hoc quidem quinto libro docet proportiones quantitatum continuarum in genere, non descendendo ad ullam quantitatis speciem, ut ad lineam, superficiem, vel corpus aliquod. Sexto vero libro ostendit in specie, quamnam proportionem habeant inter se lineae, anguli, circumferentiae circulorum, triangula, et aliae figurae planae » [13]. Ciò nonostante nel commento al V libro Clavio usa

[12] EUCLIDIS *Elementorum libri XV. Una cum scholiis antiquis. A Federico Commandino Urbinate. Nuper in latinum conversi, commentariisque quibusdam illustrati.* Pisauri [apud Camillum Francischinum] 1572, f. 56 *v.* La versione in volgare apparve ad Urbino nel 1575 presso Domenico Frisolino.

[13] EUCLIDIS *Elementorum libri XV . . . Auctore Christophoro Clavio Bambergensi . . .* Romae apud Vincentium Accolitum 1574. Una edizione più

frequentemente il termine 'quantitas' in assoluto, forse significando indirettamente il carattere più generale dell'argomento [14]. Ma in nessuno dei tre citati commentatori si riscontra un accenno alla *mathesis universalis* che si ponga come termine di riferimento alle considerazioni generali rilevate.

Il contenuto del V libro, come vedremo, suggerisce invece o conferma a Piccolomini l'idea di una 'scientia communis', a Dasipodio il richiamo a una 'universalis disciplina'. Van Roomen che darà uno *specimen* di trattazione della 'prima mathesis' in una ventina di teoremi dichiarerà: « Si vero quispiam voluerit, hisce nostris adiungat totum librum quintum elementorum Euclidis. Nam omnes propositiones quae ibi traduntur de magnitudinibus, accommodari possunt cuivis quantitati, manente eadem omnino demonstrandi formula. Quia principia quae in earum demonstrationem assumuntur omni quantitati sunt communia » (*Apologia pro Archimede* . . . 1597, p. 23; e in *Appendice III*, p. 214).

Il *Commento al I libro degli Elementi di Euclide* di Proclo Diadoco (V sec.) [15], l'unico dei commenti greci all'opera euclidea integralmente conservato, si impose all'attenzione degli studiosi col diffondersi della conoscenza di quest'ultima. Apparve per la prima volta nell'*editio princeps* degli *Elementi* stessi in greco

ampia, in due tomi, apparve nel 1589, sempre a Roma *apud Bartholomaeum Grassium*, da cui citiamo (t. I, p. 501). V. anche n. 1 in *Appendice II*, p. 207.

[14] V. anche n. 4 in *Appendice III*, p. 216.

[15] Cfr. P.-H. Michel, *De Pythagore à Euclide*, *op. cit.*, pp. 128-132; E. Zeller-R. Mondolfo, *La filosofia dei Greci nel suo sviluppo storico*, parte III, vol. VI, a cura di G. Martano, Firenze 1961, pp. 118-196; Proclos, *Eléments de théologie*, traduction, introduction et notes par J. Trouillard, Parigi 1965, pp. 32-38. Sulla rinascita di Proclo nel periodo umanistico cfr. G. Santinello, *Saggi sull' 'umanesimo' di Proclo*, Bologna 1966.

a cura di Grynaeus [16] che si era avvalso di un solo manoscritto, appartenente a Jean Claymond, docente universitario a Oxford. Ne risultò un testo alquanto lacunoso e scorretto, severamente giudicato dal giovane patrizio Francesco Barozzi — « adeo excaecatum, dilaniatumque . . . ut ne vestigium quidem autoris in eo deprehendi posset » —. Barozzi attese circa tre anni a rivedere il testo greco di Basilea, servendosi per prima di un codice greco già posseduto dal suo maestro Andrea Doni, e poi di due altri manoscritti, entrambi a Bologna, l'uno nella biblioteca di S. Salvatore [17], l'altro in quella del medico Fabrizio Garzoni, docente allo Studio bolognese. Da queste collazioni critiche Barozzi ottenne « unum integrum ⟨exemplar⟩ . . . quod postremum e graeca lingua in latinam converti . . . », e diede alle stampe questa sua versione latina nel 1560 [18].

[16] Εὐκλείδου Στοιχείων βιβλ. ιε' ἐκ τῶν Θεῶνος συνουσίων. Εἰς τοῦ αὐτοῦ τὸ πρῶτον ἐξηγημάτων Πρόκλου βιβλ. δ'. *Adiecta praefatiuncula in qua de disciplinis mathematicis nonnihil*. Basileae apud Ioan. Hervagium 1533. V. sopra, p. 14.

[17] È il manoscritto già segnalato da C. Gesner: « Proclus . . . Enarrationum in primum Euclidis, libri 4. impressi Basileae cum Euclide graeco. Vidi et Bononiae in Bibliotheca S. Salvatoris manuscriptum librum » (*Bibliotheca universalis* . . ., Tiguri apud Christophorum Froschoverum 1545, t. I, p. 571).

[18] Procli Diadochi *Lycii philosophi platonici ac mathematici probatissimi in primum Euclidis Elementorum librum Commentariorum ad universam mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium libri IIII. A Francisco Barocio patricio veneto summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: scholiis, et figuris quae in graeco codice omnes desiderabantur aucti: primum iam romanae linguae venustate donati, et nunc recens editi.* . . . Patavii excudebat Gratiosus Perchacinus 1560. Durante la composizione tipografica Barozzi poté esaminare ancora altri due codici, uno a Venezia nella biblioteca del monastero dei SS. Giovanni e Paolo, l'altro a Padova in quella di Gian Vincenzo Pinelli da Genova. Prima di Barozzi il *Commento* procliano era stato tradotto in latino da Bartolomeo Zamberti che abbiamo già incontrato come traduttore delle opere di Euclide. Nella prefazione-dedica della sua versione euclidea del 1505 prometteva di tradurre in latino anche il *Commento*: « Quod operis si

Nell'*editio princeps* di Basilea il *Commento* di Proclo si presenta diviso in quattro libri: i primi due contengono rispettivamente due prologhi, uno generale (pp. 1-14) in cui si considerano « communia ... ad omnemque mathematicam scientiam spectantia » (Ba., p. *28*)[19], l'altro ristretto alla geometria, alla sua storia, ad Euclide e alle sue opere, agli *Elementi* in particolare e alla divisione del I libro degli *Elementi*. Il II libro (pp. 14-49) continua con il commento alle definizioni. Nel III libro si espongono i postulati e gli assiomi e si commentano le proposizioni fino alla 26ª (pp. 50-92). Le rimanenti proposizioni, fino alla 48ª, vengono esposte e commentate nel IV libro (pp. 93-112). Questa divisione in quattro libri è conservata nella versione di Barozzi, ma i due prologhi vengono suddivisi a loro volta in capitoli con titoli formulati dallo stesso traduttore.

Se negli *Elementi* si contiene un fondo comune di temi e argomenti, nel *Commento* procliano vi è un ampio sviluppo di considerazioni utili per la fondazione di una disciplina comune, e noi ce ne occuperemo nella misura in cui vi fanno ricorso gli

tibi placuisse cognoverimus, efficiemus ut nostris laboribus Proclus Platonicus ipsius Euclidis interpres: et Nicomachus Pythagoreus hucusque latinis ignoti Graecia relicta inter Italiae nitescentia vireta resplendeant: et scholas Italiae vagari non vereantur ». La versione del *Commento* fatta da Zamberti, non pubblicata, si conserva nel Cod. lat. 6 alla Biblioteca di Monaco e porta la data del 1539, quando il traduttore — stando alla sua dichiarazione — aveva compiuto il sessantaseesimo anno di età (era nato quindi verso il 1463). Cfr. per il manoscritto di Monaco G. Friedlein nell'edizione critica del *Commento* (Procli Diadochi *In Primum Euclidis Elementorum librum Commentarii* ... Lipsia 1873, p. 1). Una parziale versione latina dei due prologhi è contenuta come vedremo nel *Volumen II mathematicum* di Dasipodio del 1570; v. oltre, pp. 77-78.

[19] Citiamo dalle versioni latine di Barozzi (Ba.) o Dasipodio (Da.), indicando il numero di pagina delle rispettive edizioni, da noi corsivato se il brano citato è contenuto in *Appendice I*, cui il lettore potrà riportarsi per meglio intenderne il contesto. Con F indichiamo l'edizione critica già menzionata di G. Friedlein.

autori che incontreremo nei capitoli successivi. Proclo si sofferma a lungo su 'principi e teoremi comuni' alle matematiche e li fa derivare da una 'unica e sola scienza' che comprende sotto di sé tutte le scienze matematiche. Inoltre i 'teoremi comuni' vengono riferiti ad una 'natura comune' che sottende i numeri, le grandezze o figure, i movimenti ... E in questo insistere di attribuzioni e rapporti comuni si profila anche la denominazione di una κοινωνία matematica, da intendere direi non solo materialmente in riferimento al contenuto, ma anche formalmente per gli aspetti che coordinano l'insieme delle considerazioni, dal piano ontologico a quello più propriamente epistemologico.

I principi primi delle specie matematiche come di tutte le specie dell'essere sono, « post unius inexplicabilem et omnibus hominibus incomprehensibilem causam », il finito e l'infinito — τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρον —, che nella progressione delle cose a partire dai generi intelligibili danno origine ad altri principi che intervengono nelle successive generazioni: « Res vero mathematicae ortae quidem sunt, cum ex fine, tum ex infinito, non tamen ex primis tantum, neque ex intelligibilibus, et occultis principijs, sed ex ijs quae progressa sunt ab ijs ad secundum ordinem ... » (Da., p. *165*). Oltre ai principi primi comuni intervengono quindi nella generazione delle specie matematiche altri principi da questi derivati e di questi più determinati, in considerazione della posizione mediale a cui quelle specie appartengono. Proclo si diffonde sulla funzione del finito e dell'infinito nella determinazione delle varie entità matematiche.

Dai *principia essendi* o ἀρχαὶ si passa ai κοινὰ θεωρήματα, considerazioni e attribuzioni comune alle matematiche. « Sicuti vero contemplati sumus principia omnium communia, et per mathematica genera diffusa: ita quoque ipsorum theoremata communia simpliciaque et orta ex unica atque sola scientia, quae sub se comprehendit omnes alias mathematicas scientias, considerabimus: et quomodo omnibus applicentur conveniantque ac

possint cum in numeris, tum et magnitudinibus, atque motibus contemplari videbimus » (ivi, p. *167*). La 'unica atque sola scientia' viene identificata più oltre con la 'scientia eius quod est, quatenus est'. Nel seguito del brano riportato Proclo, parlando del primo gruppo dei teoremi comuni, esplicita il rapporto tra la 'natura comune' e le specie matematiche, compendiate nella tipica formula ricorrente nel *Commento* 'numeri, figurae (*o* magnitudines) vel motus — ἀριθμοί, σχήματα (μεγέθη), κινήσεις —': « Huiusmodi ⟨theoremata communia⟩ sunt . . . quae universaliter et communiter circa aequale et inaequale versantur atque considerantur: non quatenus haec figuris, aut numeris, vel motibus insunt, sed utrumque horum per se quatenus naturam habet quandam communem — . . . φύσιν τινὰ ἔχων κοινήν . . . —: et sui cognitionem praebet simpliciorem » (ivi, p. *167*)[20].

La natura comune si concreta nelle singole discipline e le sue proprietà e i suoi principi assumono una corrispettiva determinazione. Il geometra e l'aritmetico, ciascuno nel suo campo specifico, dimostrano « ex suis propriis principiis » la proprietà permutativa delle proporzioni, rispettivamente per le grandezze e per i numeri. « Quis ergo considerat per se illud quod dicitur permutatim esse, sive sit in magnitudinibus, sive in numeris? » E generalizzando, a quale ordine di conoscenze compete la considerazione dei teoremi comuni? Proclo esclude che ciò sia di pertinenza tanto delle conoscenze del mondo inferiore vario e molteplice, quanto di quelle del mondo immateriale di cui non abbiamo 'scienza'. Interviene quindi la considerazione della scienza dell'ente « quae omnium rerum quae sunt et existunt unam

[20] In questa come nelle seguenti citazioni del *Commento* procliano l'aggiunta o l'inserimento nella versione di Barozzi o di Dasipodio di testi greci è nostro, attenendoci all'edizione di Friedlein, di cui riportiamo le relative posizioni quando i testi non figurano in *Appendice I*.

atque solam substantiam et essentiam contemplatur. Ideoque ipsa est omnium scientiarum capacissima atque perfectissima: omnesque aliae ab hac accipiunt sua principia » (ivi, p. *170*); e ancora più oltre, con un più esplicito riferimento alle scienze matematiche, la scienza dell'ente, da presupporre ad ogni altra disciplina, viene descritta come « scientia quae communia et per omnia genera diffusa theoremata cognoscit atque omnibus mathematicis scientijs sua principia suppeditat » (ivi, pp. *170-171*).

Ma il riferimento dei teoremi comuni matematici alla scienza dell'ente è esclusivo e immediato, o si verifica tramite una disciplina intermedia che consideri tali teoremi come suo oggetto proprio, da cui venga caratterizzata? In altri termini, vi è una scienza matematica comune o *mathesis universalis* che si interponga tra la scienza dell'ente e le scienze specifiche matematiche e che abbia come oggetto i teoremi sulla natura ad esse comune?

Notiamo innanzi tutto che nel *Commento* non ricorre mai una denominazione che espressamente la indichi come distinta dalla *mathesis universa* e dalle altre discipline matematiche. In secondo luogo, per quanto varie volte rilevi una 'natura communis', Proclo non le dà mai una precisa caratterizzazione, che possa chiaramente legittimare l'affermazione di un concetto base pertinente all'ambito delle matematiche, anche se talora unifica il 'numero' e la 'grandezza' nella 'quantità' (v. più oltre la citazione sui postulati comuni). Ciò risulta chiaro nell'esempio addotto della proprietà permutativa, desunto da Aristotele e che come vedremo sarà largamente discusso da filosofi e matematici nel corso del sec. XVI.

Senza addentrarci in considerazioni di fondo che in nome della coerenza di pensiero potrebbero giustificare l'affermazione in Proclo di una *mathesis universalis*, — basti l'accenno già fatto alla progressione dei principi derivati nella generazione delle specie matematiche —, ci limiteremo a rilevare qualche spunto in favore, ma soprattutto le ragioni che possono aver impedito

una esplicita dichiarazione. La scienza dell'ente tratta della natura comune a tutti i generi e specie, ma « non dignatur quae per se numeris insunt, aut ea quae communiter omnibus quantitatibus conveniunt » (ivi, pp. *169-170*). Secondo la metafora delle colombe nel *Teeteto*, delle scienze che derivano dalla scienza prima alcune sono tra loro raggruppate, altre restano separate. Rifacendosi a questa considerazione platonica, Proclo può aver alluso tra le « scientiae magis universales . . . quae continent in se multas alias particulariores » (ivi, p. *170*) a quella disciplina matematica che per avere come oggetto proprio attribuzioni comuni alle discipline matematiche le contiene in sé, e ad essa potrebbe riferirsi l'inciso « Verum longe prius cognitio harum rerum erit scientia, et ab ea multae aliae rationes communes accipiunt . . . » (ivi, p. *169*), nel contesto dell'interrogativo più sopra riportato: « Quis ergo considerat per se illud quod dicitur permutatim esse . . . ? ».

Se non manca qualche riferimento esplicito alla *mathesis universalis*, esso è senz'altro soverchiato dalla prevalente considerazione della scienza dell'ente, come risulta dai brani citati [21], e da quella analoga della dialettica platonica, sulla fine del I prologo: « . . . dialectica existens purissima philosophiae pars proxime vincit mathematicas disciplinas simplicitate, rerumque ipsarum orbem comprehendit, atque a sese scientijs mathematicis suggerit varias vires, habentes vim perficiendi et iudicandi atque intelligendi . . . » (ivi, p. *171*). Con la considerazione della preminenza della dialettica sulle discipline matematiche si svolge il tema del legame che unisce tra loro queste ultime. Invertiamo l'ordine seguito da Proclo: il legame più lato è costituito dalla

[21] Sulla preminenza della scienza dell'ente Proclo ritorna nel II prologo a proposito della geometria: « . . . semper tamen (geometria) ab aliqua hypothesi incipiens, atque principia sua sumens ab antecedente superioreque scientia quae sola nulla utitur hypothesi, secundum quam omnes res existentes cognoscimus, et a qua omnia fluunt principia » (Da., p. 195).

« mens — ὁ νοῦς — quae in sese uniformiter comprehendit omnes dialecticas potentias . . . superne vero omnem progressionem mathematicarum rerum atque tractationem colligit . . . »; il legame intermedio è dato dalla dialettica, già considerata; la coesione prossima invece « est unica et tota illa mathematica quae in se complectitur quodam simpliciori modo principia omnium singularumque scientiarum: quaeve considerat earum communionem et earundem differentiam — . . . καὶ τήν τε κοινωνίαν αὐτῶν, καὶ τὴν διαφορὰν . . . —, atque docet quae eadem omnibus, et quae pluribus quaeque paucioribus insint, et ad hanc a multis fit reditus, ijs qui bene et apte discunt » (ivi, pp. *172-173*). Prima di svolgere questa connessione prossima, vista nella matematica come un tutto unitario, Proclo esclude che debba ritenersi σύνδεσμος delle matematiche, come vorrebbe Eratostene, la proporzione: questa è solo una delle attribuzioni comuni: « est ex eorum numero quae communia sunt mathematicis rebus: multaque alia ad omnes (ut ita dicam) mathematicas scientias referuntur, quaeque communi quadam natura rebus mathematicis per se insunt » (ivi, p. *172*).

Risulta chiaro da questo brano che vi è un'altra polarità verso cui converge l'attenzione di Proclo, dopo quella della scienza dell'ente o della dialettica, ossia la considerazione della *mathesis universa* [22], che assorbe a sua volta il concetto di *mathesis universalis*, cui più propriamente competerebbe « . . . complecti quodam simpliciori modo principia . . . ». L'osservazione critica all'opinione di Eratostene richiama i concetti di 'natura quaedam communis', di 'communia mathematicis rebus', ma il termine

[22] L'espressione tipica cui ricorre Proclo per significare la matematica come tutto unitario è ἡ ὅλη μαθηματικὴ (ἐπιστήμη) (F: 18,10; 23,26-27; 25,17-18; 35,23; 39,7-8; 44,2-3 [ἡ μία καὶ ὅλη μαθηματική]; 44,11-12; 60,22-23) che Barozzi rende con 'tota mathematica scientia' (*o* disciplina) e una volta con 'universa mathematica scientia'.

diretto di riferimento resta la matematica intesa come un tutto unitario.

Citiamo ancora due casi analoghi. Il primo è un brano relativo al 'numero platonico' che Proclo annovera tra i teoremi comuni: « quod enim ad totam mathematicam disciplinam spectat huiusce numeri, qui geometricus appellatur, scientiam tradere, et non ad unam quandam, utputa arithmeticam, vel geometriam, omnino manifestum est. per omnes siquidem mathematicas disciplinas ubertatis, sterilitatisque rationes permeant » (Ba., pp. 13-14; F 23,26-24,3). L'altro passo verte sui « theoremata quae cadunt sub demonstrationem », di cui alcuni sono propri rispettivamente dell'aritmetica e della geometria, altri invece sono comuni ad entrambe: « . . . habent quoque ⟨arithmetica et geometria⟩ inter se quandam communionem — ἔχουσι δ' αὖ καὶ κοινωνίαν πρὸς ἀλλήλας —: ideoque ex theorematibus quae cadunt sub demonstrationem . . . nonnulla ambabus simili ratione et modo conveniunt, tanquam ea quae ab illa *universali*[23] et tota scientia mathematica in eas descendunt — ἀπὸ τῆς ὅλης μαθηματικῆς εἰς αὐτὰς καθήκοντα » (Da., pp. 198-199; F. 60,4-61,20).

Ritorniamo ai « theoremata communia simpliciaque et orta ex unica atque sola scientia ». Il termine θεωρήματα[24] va inteso non nell'accezione stretta di proposizioni contrapposte a problemi, ma piuttosto nel senso più generico in cui viene usato

[23] Nell'aggiunta di 'universali' da noi corsivato nella versione di Dasipodio è forse da riconoscere l'intenzione del traduttore di sciogliere l'espressione da una accezione puramente estensiva. Più aderente Barozzi traduce: « . . . quae a tota mathematica scientia in ipsas deveniunt . . . » (p. 35). Come vedremo nel III cap., Dasipodio nei testi che utilizza del *Commento* cerca di far risaltare il concetto e l'espressione di 'una quaedam universalis mathematica scientia' da non identificare con la *mathesis universa*. V. più oltre, pp. 79-80.

[24] Barozzi e Dasipodio traducono traslitterando semplicemente in 'theoremata'; ma il primo annota in margine: 'Communes mathematicae considerationes': v. più oltre, pp. 58-59.

da Proclo stesso nel seguente brano: « Sic ergo dicimus quod mathematici soliti sint quaedam theoremata nominare elementa: alia vero speciem elementorum habentia: nonnulla denique seiuncta sunt et exclusa extra horum vim et efficaciam » (Da., p. 203; F 71,27-72,3), in modo da includervi gli stessi principi delle proposizioni dimostrabili, ossia definizioni, postulati e assiomi. In effetti, oltre ai postulati e agli assiomi propri rispettivamente dell'aritmetica e della geometria, Proclo parla di postulati e assiomi comuni: « Axiomata quaedam sunt propria arithmeticae, alia vero propria geometriae, nonnulla denique ambabus communia . . . *quae eidem sunt aequalia: illa inter se sunt aequalia*, ceteraque huius generis sunt ambabus scientiis communia. Utraque vero hisce utitur: quatenus res subiecta postulat. utpote geometria quidem in magnitudinibus, at arithmetica in numeris. Simili modo postulata quaedam sunt scientiarum propria, quaedam vero communia . . . *quantitatem in infinitum augere*, commune est ambabus postulatum. propterea quod hoc et numerus et magnitudo pati possunt » (ivi, pp. 216-217; F 184,12-29)[25].

I teoremi comuni enumerati da Proclo possono raccogliersi in quattro gruppi.

Il I gruppo si accentra sul concetto di uguaglianza e disuguaglianza tra termini omogenei, quali sono i numeri, le grandezze e i movimenti, in rapporti semplici. Proclo cita le 'rationes multiplices, superparticulares et superpartientes'[26]. L'uguaglianza

[25] Di assiomi comuni parla ancora Proclo accennando ai tre elementi costitutivi di una scienza: « Unaquaeque . . . scientia aliud habet subiectum genus, circa quod versatur, et cuius affectiones contemplari sibi proposuit: alia etiam habet principia, quibus in ipsis utitur demonstrationibus: alias denique res, quae per se subiectis insunt. Axiomata autem omnibus sunt communia, etiamsi unaquaeque convenienter et proprie accommodet materiae sibi subiectae, genus vero subiectum, et quod per se est accidens diversum » (Da., p. 196; F 58, 3-9). Cfr. *An. post.* I, 7, 75 a 39-62.

[26] Cfr. Proclus de Lycie, *Les Commentaires sur le premier livre des Eléments d'Euclide* traduis pour la première fois du grec en français avec

viene considerata anche tra i rapporti stessi dando origine alle proporzioni, di cui si menzionano le proprietà relative alla composizione, divisione, inversione e permutazione. Alla proprietà permutativa, che Proclo prende ancora a considerare come si è visto confutando l'opinione di Eratostene, si era richiamato Aristotele in un passo del V cap. del I libro degli *Analitici posteriori* nell'illustrare gli errori che si commettono nel formulare dimostrazioni universali. Questo brano verrà da noi esaminato nel prossimo capitolo a proposito di Piccolomini, che lo citerà per affermare che in Aristotele vi sono accenni ad una scienza comune matematica.

Nel II gruppo rientrano le considerazioni sul bello, l'ordine e il metodo nei due procedimenti analitico e sintetico. Sulle due vie del metodo, senza denominarle, Proclo ritorna trattando della conoscenza dianoetica, propria della matematica, non immobile come quella intellettiva, ma « interdum quidem a principiis ad ea quae principiis ipsis perficiuntur progrediens, interdum vero retrorsum cedens: et interdum quidem ab iis quae praecognoscuntur ad ea quae quaeruntur, interdum vero ab iis quae in quaestione posita sunt ad ea quae cognitione praecedunt » (Ba., p. 11; F 18,24-28). In un altro brano Proclo richiama i tre fattori che secondo Aristotele (*Metaph.* XIII, 3) concorrono a formare il bello nei corpi e nelle anime e che si riscontrano nelle matematiche: « tria enim haec potissimum, et in corporibus, et in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, convenientiam atque determinationem fatemur » (Ba., p. 15; F 26,13-15). Ai teoremi sulla similitudine e dissimilitudine si fa solo un accenno (III gruppo). L'ultimo gruppo si riporta alla concezione dell'anima matematica, da cui si svolgono le generazioni secondo rapporti matematici definiti nel numero platonico, che rende possibile calcolare la fecondità e la sterilità delle cose.

une introduction et des notes par P. Ver Eecke, Parigi 1948, pp. 4-5 nn. 1 e 2. V. inoltre *Appendice III*, p. 217 sgg.

Di questi teoremi comuni resteranno nella tematica della *mathesis universalis* i teoremi da noi raccolti come I gruppo, sui rapporti e sulle proporzioni, che formano il contenuto del V libro degli *Elementi*. Per questa via Proclo si congiunge ad Euclide nel rappresentare la fonte di ispirazione sul contenuto della κοινωνία delle discipline matematiche.

Al *Commento* si richiamano quasi tutti gli autori che incontreremo nei capitoli successivi, ma in una varietà di atteggiamenti e interpretazioni che riflette la problematicità dell'opera, di cui abbiamo sottolineato gli aspetti più salienti. Piccolomini nel *Commentarium de certitudine mathematicarum* (1547) non ha dubbi che in Proclo si dimostri in modo evidente l'esistenza di una 'scientia communis'. Ramo, coerente alla sua concezione della preminenza della logica o dialettica su tutte le discipline, esclude una interpretazione dei testi procliani favorevole all'affermazione di una logica matematica distinta. Dasipodio nei suoi scritti sulla 'universalis mathematica' (dal 1564 al 1593) — ma vedremo con quale oscillazione di espressioni e di concetti — insiste monotonamente nell'utilizzare in larga misura testi del *Commento*. Barozzi, interessato in modo particolare all'opera procliana — ne emenda l'*editio princeps* greca, la traduce in latino, la commenta in un corso universitario allo Studio padovano (1560) —, pur rilevando la parte più cospicua della κοινωνία delle discipline matematiche, non fa alcun cenno di una scienza matematica comune, ma sottolinea ripetutamente la preminenza della « divina scientia, sive prima philosophia, quae dialectica a Platone vocatur ». Van Roomen che nell'*Apologia pro Archimede* (1597) non si richiama a Proclo, ma cita come fonte ispiratrice della 'prima mathesis' Eutocio di Ascalona, non ignora un passo procliano fondamentale da noi riportato. Da ultimo Alsted, che si rifà a Proclo tramite la *Protheoria mathematica* di Dasipodio, si può dire riassuma nella evoluzione della sua posi-

zione sulla 'mathematica generalis' dalla *Methodus admirandorum mathematicorum* (1613) alla *Encyclopaedia* (1620, 1630) tutto il carattere problematico del *Commento* rispetto alla *mathesis universalis*.

II

La 'scientia communis' matematica nel *Commentarium de certitudine mathematicarum* di A. Piccolomini (1547). L'insegnamento delle matematiche allo Studio padovano sulla metà del sec. XVI: F. Delfino, P. Catena, F. Barozzi

Di una 'scientia communis' matematica si parla incidentalmente in un opuscolo uscito nel 1547, il *Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum*, composto o portato a termine da Alessandro Piccolomini [1] a Roma all'inizio del suo volontario esilio da Siena. In questo opuscolo, o *commentariolus* come lo chiama l'autore, diviso in dodici capitoli, si discute della natura della dimostrazione matematica e del suo grado di certezza. Il contesto è offerto da un'affermazione di Averroè nel Commento al II libro (α) della *Metafisica*, secondo la quale le dimostrazioni matematiche occupano il primo grado della cer-

[1] Fu pubblicato unitamente alla parafrasi della *Meccanica* di Aristotele: *Alexandri Piccolominei In mechanicas quaestiones Aristotelis paraphrasis paulo quidem plenior ad Nicolaum Ardinghellum Cardinalem amplissimum. Eiusdem Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum, in quo de resolutione, diffinitione et demonstratione: necnon de materia et fine logicae facultatis, quamplurima continentur ad rem ipsam tum mathematicam, tum logicam maxime pertinentia. Ad Ferdinandum de Mendozza virum illustrissimum.* [Romae apud Antonium Asolanum] 1547. Una seconda edizione apparve a Venezia apud Traianum Curtium nel 1565. Piccolomini che nel primo periodo del soggiorno romano, dal 1546 al 1553, fu ospite in casa del cardinale di Coria, poi di Burgos, Francisco de Mendoza, cui dedicherà nel 1551 *L'instrumento de la filosofia* (Roma appresso V. Valgrisi), offre il *Commentarium* al fratello di quest'ultimo, Don Hernando, in casa del quale forse era stato accolto in un primo momento (cfr. F. Cerreta, *Alessandro Piccolomini*, Siena 1960, pp. 59-60).

tezza, « in primo esse ordine certitudinis »[2]. La maggior parte degli interpreti, dagli scolastici medievali ai moderni (tra cui principalmente Alberto Magno, Tommaso d'Aquino, Marsilio da Inghen, Egidio Romano, Marcantonio Zimara, Agostino Nifo [Suessanus]), concordava nel ritenere quale fondamento della tesi di Averroè l'essere la dimostrazione matematica una « demonstratio potissima . . . qua scilicet simul et quod effectus sit et cur sit liquido innotescit ». Questa interpretazione già condivisa un tempo dallo stesso Piccolomini, ad un esame più maturo gli risultò inconsistente. Quando si avvide che di quest'ultima posizione era anche Proclo, non esitò a rendere di pubblica ragione il suo punto di vista contro l'opinione generale: le dimostrazioni matematiche sono « in primo gradu certitudinis » come afferma Averroè, ma non « ratione demonstrationum potissimarum », bensì per il carattere e il grado di astrazione della 'quantitas' su cui versano, 'quantitas' che coeterna alla materia prima e priva ancora di ulteriore determinazione e limitazione si offre direttamente come oggetto di conoscenza facile e certa[3].

[2] Commentando il brano aristotelico della *Metafisica*: « non si deve esigere la precisione e la certezza della matematica in tutte le cose, ma solo in quelle che non hanno materia — τὴν δ' ἀκριβολογίαν τὴν μαθηματικὴν οὐκ ἐν ἅπασιν ἀπαιτετέον, ἀλλ' ἐν τοῖς μὴ ἔχουσιν ὕλην » (*Metaph.* 995 a 14-15), Averroè afferma: « . . . non oportet hominem quaerere ut modus fidei in demonstrationibus naturalibus sit sicut modus fidei in mathematicis. Demonstrationes enim mathematicae sunt in primo ordine certitudinis: et demonstrationes naturales consequuntur eas in hoc. Certitudo enim diversatur . . . » (ARISTOTELIS STAGIRITAE *Omnia quae extant opera . . . VIII vol.: cum Averrois Cordubensis in eosdem commentariis et epitome . . .* Venetiis apud Iuntas 1552, f. 17 *v*).

[3] « Cum . . . abstractionis facilitas, ex maiori vel minori ad materiam determinatione et limitatione oriatur, sequitur quod res illae, quae ad nullam materiam in actu determinantur, sed cum denudata materia, coaeternae sunt, abstraibiles erunt maxime, et iccirco faciles cognitu, certae, ac manifestae. Quantitas igitur, quia sensibile commune est, nullique materiae limitatae addicitur, iccirco nihil habet arcani, seque totam nobis explicat et manifestat » (f. CVIII *v*).

I capitoli VII-X possono considerarsi come una introduzione alle scienze matematiche svolgendo alcuni temi dell'impostazione tipica: materia e causa efficiente delle scienze matematiche e conseguente posizione mediale tra le discipline che si occupano rispettivamente di enti immateriali e di enti sensibili, fine e utilità delle scienze matematiche, classificazione e subalternazione, svolgimento dimostrativo dai principi ai problemi e ai teoremi, procedimento compositivo e risolutivo[4]. L'esposizione, specialmente riguardo all'argomento della utilità e della classificazione, è piuttosto sintetica. La ragione è nel fatto che Piccolomini ne aveva trattato più diffusamente in uno scritto che non ci è pervenuto[5],

[4] « . . . quae mathematicarum materia: quis mathematicarum rerum efficiens: si finis aliquis in illis est, quo ordine perscrutentur, quae theorematum et problematum partes sint: quae in illis resolutio, et compositio » (ff. XCVI *v*-XCVII *r*).

[5] Nell'epistola dedicatoria dell'operetta *De la sfera del mondo* (Venezia al segno del pozzo 1549) a Madonna Laura Laudomia Forteguerri de Colombini, datata: « De la Villa di Valzanzibio. Il di. X. di Agosto, nel 1539 », Piccolomini dichiara che per potersi dedicare interamente alla redazione dello scritto in questione aveva accantonato « una Operetta latina, che io havevo quasi guidata a porto; dove io defendo Tolomeo contro Gebro in molte cose, de le quali egli riprende nel Libro de l'Almagesto ». Sulla fine della prefazione alla parafrasi *In mechanicas quaestiones Aristotelis* troviamo un'ulteriore indicazione sul contenuto di questa operetta latina; l'autore afferma di aver trattato a lungo della dignità e utilità delle discipline matematiche « in quodam opusculo: ubi Ptolaemeum defensavimus contra Gebrum. qui ei pluribus in locis Magnae constructionis, quam Almagestum vocant, obijciens adversatur ». L'epistola dedicatoria citata ricompare identica nelle riedizioni successive *De la sfera del mondo*, ossia del 1548, 1552, 1553, 1559. L'edizione riveduta del 1561 veniva dedicata non più alla Forteguerri ma all'arcivescovo titolare di Corfù Antonio Cocco, nipote dell'arcivescovo Giacomo Cocco, in casa del quale a Roma era stato ospite dal 1553 al 1558, dopo aver abbandonato l'ospitalità del cardinale di Coria. Nell'epistola dedicatoria di questa edizione l'accenno all'operetta latina cade, e così in quella dell'edizione rielaborata ed accrescuita del 1566, destinata allo stesso personaggio e datata: « Della Villa di Stigliano vicino a Siena, alli 18. di Giugno. 1564 ».

e poi ancora nella prefazione alla parafrasi *In mechanicas quaestiones Aristotelis*. In quest'ultima si tocca tra l'altro il problema della classificazione della matematica che nella 'philosophia contemplatrix' occupa la posizione mediale tra la 'philosophia naturalis' e la 'metaphysica'. La matematica in quanto verte sulla quantità, ossia sulla grandezza continua ('magnitudo') e sul numero ('multitudo'), si divide nelle due rispettive discipline, geometria e aritmetica, delle quali quest'ultima deve considerarsi la più nobile per le ragioni addotte da Boezio nella sua *Arithmetica*. All'aritmetica si riporta la musica, alla geometria la stereometria, la prospettiva, la cosmografia, l'astronomia e la meccanica, le quali discipline se non possono dirsi 'purae ac sincerae mathematicae', in quanto implicano in qualche modo la materia — « cum materiam modo quodam respiciant » —, devono considerarsi più matematiche che naturali, in quanto si avvalgono dei procedimenti dimostrativi matematici — « instrumento ac medio mathematico pertractantur »[6].

Il brano sulla 'scientia communis' ricorre sulla fine del VII cap.: *Quae praelibanda sunt ad mathematicas disciplinas pertinentia, et primum de materia ipsarum* (ff. XCVI *v*-XCVIII *r*). Trattando della 'materia' delle scienze matematiche Piccolomini si richiama a Proclo (*in primo Elem. lib.* 2)[7], illustrando nel contempo l'origine e il formarsi delle conoscenze matematiche. Le 'res mathematicae' su cui vertono le dimostrazioni matematiche « nec omnino in subiecto sensibiles sunt, nec penitus ab ipso liberatae: sed in ipsa phantasia reperiuntur figurae illae mathematicae, habita tamen occasione a quantitatibus in materia sensibili repertis ». L'intelletto a sua volta dalle quantità quali sono nella fantasia « colligit . . . rationes universales ». Materia quindi delle scienze matematiche è la quantità rappresentata dalla fantasia, « quantum ipsum, hoc modo, ut ita dicam, phantasiatum », che dalla maggior parte degli autori, sebbene impropriamente, vien detto 'materia intelligibilis'[8]. Da ciò risulta perché mai le

[6] « . . . mathematica . . . quia quantum, magnitudinem scilicet et multitudinem, easque nullo habito respectu ad materiam in quo firmentur, considerat: iccirco duae sunt eius partes, altera numerum contemplans, arithmetica scilicet: reliqua vero continuam magnitudinem speculans, quam geometriam nuncupamus, quae tametsi numerus ex continui divisione nascatur, posterior tamen atque ignobilior est quam sit arithmetica, multas ob causas, quae apud Boetium in Arithmeticis haberi possunt » (f. II *r*).

[7] V. oltre, n. 9.

[8] Sulla quantità quale 'materia' della matematica che sta alla base del concetto della 'scientia communis' riportiamo altri due testi posteriori, in cui si chiarificano le operazioni della fantasia o immaginazione e dell'intelletto relative alla quantità stessa. Il primo, di ispirazione aristotelica, appartiene alla *Prima parte de la filosofia naturale* (Roma appresso V. Valgrisi 1551): sia il filosofo naturale che il matematico si occupano della quantità, ma in modo molto diverso; il primo considera « il punto, le linee et le superficie, in quanto in sostanze materiali, et sensate, immerse si trovano . . . », il matematico invece « d'altra materia non fa conto mai, se non di quella quantità, che egli, separandola con l'intelletto dalle sostanze sensate, ritiene per proprio soggetto suo; in cui quelle forme che egli considera, quasi in propria lor materia non sensata ma immaginata, et intellettuale, si sostentano. Separa dunque il matematico con l'intelletto dalle sostanze sensate il soggetto suo che è la quantità, et quella con astrattione come separata considerando, se ben tale non è ella al mondo; non già per questo s'inganna punto » (Libro II, cap. III: *Come il filosofo naturale differisca da ogni altro artefice scientifico, et specialmente dal matematico, dattorno alla consideratione d'un soggetto stesso*). Il seguente brano, dalla surricordata edizione accresciuta del 1566 *De la sfera del mondo*, è rilevante anche per l'affermazione del carattere reale e non fittizio della quantità astratta. Il contesto è la considerazione del grado di nobiltà che compete alle varie scienze in base ai due criteri, « degnità de i soggetti di cui le trattano » e « certezza delle vie, con le quali gli trattano, et gli dichiarano » ossia « certezza di dottrina ». Dopo aver preso in esame la 'metafisica, o vero scientia divina' e le scienze morali, passa alle 'scientie pure matematicali'. Queste ultime, « come sono la geometria, et l'aritmetica, hanno per lor soggetto il più imperfetto accidente, che si possa trovare, che è la quantità; et questa non considerano in materia sensibile, ma fondata nella imaginatione, non come cosa in tutto finta, et chimerica, ma come cosa, la cui radice finalmente ha qualche congiungimento con la natura; in guisa che per imaginarsi astratta da sensibil materia, non divien

scienze matematiche da Proclo, da Simplicio e da Tolomeo vengano dette 'mediae scientiae', scienze intermedie, in considerazione appunto della loro materia — « non omnino sine materia sensibili, nec etiam in illa penitus immersa » — e in considerazione della loro causa efficiente, ossia della fantasia (« animae quaedam vis, quae inter sensum et intellectum medium locum tenet », da venir denominata da Aristotele con un termine che abbraccia i due estremi tra cui si interpone, ossia con quello di 'intellectus passivus' [9]). Ed a proposito del 'quantum phantasiatum' Piccolomini avanza incidentalmente una considerazione che ritiene di notevole interesse: « . . . hic obiter unum est notandum magni ponderis, quod cum quantum phantasiatum ostenderimus esse mathematicorum materiam sive subiectum, hoc quidem non geometriae, vel arithmeticae, quae duae sunt mathematicae prima genera, subiectum esse dicitur, sed cuiusdam facultatis communis ad geometriam et arithmeticam » (f. XCVII *v*). Ne

mendace, né tien fallacia. Son dunque la geometria, et l'aritmetica per causa del soggetto più imperfette di tutte le altre scientie; ma con si certo, et infallibil modo di dottrina procedono nelle loro pruove, che havendo per questo meritato il nome di esser nel primo grado della certezza, vengono a farsi nobili in questa parte » (Libro I, cap. I come proemio, p. 2).

[9] *De an.* 430 a 24. Proclo vi allude in due passi del II prologo del *Commento*, entrambi appartenenti al I cap. del II libro: « Phantasia nanque propter motum formantem, atque eo quod cum corpore, et in corpore subsistit: partibiles semper, et divisas, et figuratas fert impressiones. Et quidquid ab ea cognoscitur, talem sortitum est existentiam. Unde sane et mentem passibilem – νοῦν παθητικόν – eam quispiam vocitare non dubitavit [*in margine*: Arist. 3 de anima tex. 20] (vers. lat. Barozzi, p. 30; ed. Friedlein 51, 20-52, 4). « . . . Siquidem forma ipsa immobilis est, et ingenita, et indivisibilis, et ab omni subiecto immunis. Verum quaecunque etiam in illa latenter sunt, cum intervallis, partibiliterque in phantasiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio – ἡ διάνοια – est: a quo autem promuntur forma, quae in cogitatione est – τὸ διανοητὸν εἶδος –: in quo vero est id, quod promitur, passibilis quae vocatur mens – παθητικὸς . . . νοῦς – » (vers. lat. Barozzi, pp. 32-33; ed. Friedlein, 56, 11-18).

parla Proclo nel suo *Commento al I libro degli Elementi*, ove in modo evidente senza ambiguità alcuna « manifestissime . . . in primo et 2. libro passim ostendit dari quandam scientiam communem ad illas duas: quae proprium subiectum, et proprias passiones, propriaque principia sibi vendicat, et illas duas sibi subalternat ». E questo Piccolomini lo ribadisce proprio perché viene contestato da alcuni che non dimostrano di averne una sufficiente conoscenza. « Et hoc est contra quosdam, qui non satis in hac disciplina periti, hoc non tenent ».

Non vi è dubbio che la 'scientia communis' come viene descritta da Piccolomini deve intendersi in senso specifico matematico, come disciplina matematica, altrimenti non avrebbero alcun senso né l'analisi dei suoi elementi costitutivi, né la precisa subalternazione riferita alle due discipline matematiche fondamentali, né l'accenno alla contestazione. Senza dire che la quantità, concetto fondamentale della matematica, più volte considerato da Piccolomini, è chiaramente affermata come 'materia sive subiectum' della 'scientia communis'. Tuttavia noi continueremo a riportare l'espressione come la troviamo nel brano, senza integrarla con l'aggettivazione dovutale di 'mathematica'.

Quale contestazione propriamente intende ribattere Piccolomini — « Et hoc est contra quosdam . . . » —, quella dell'esistenza della *scientia communis* o la contestazione che i testi procliani del *Commento* confermino la tesi della 'scientia communis'? Probabilmente l'una e l'altra. In ogni modo, richiamandosi ai primi due libri del *Commento* (che come si è detto corrispondono a un dipresso rispettivamente ai due prologhi), vi riscontra gli elementi essenziali di una disciplina autonoma: « proprium subiectum . . . proprias passiones . . . propria principia », secondo lo schema epistemologico aristotelico della dimostrazione [10]; di ciascuno in effetti si hanno accenni o sviluppi nell'opera pro-

[10] V. sopra, p. 29 n. 25.

cliana, ma abbiamo già visto in quale contesto problematico, e su cui torneremo ancora tra breve.

Dopo Proclo, Piccolomini si richiama ad Euclide sia per confermare ulteriormente la tesi della 'scientia communis', sia per dare qualche indicazione concreta sui principi e le proprietà di quest'ultima: « quam plurima Theoremata, in 5. 6. et dehinc repetita in 7. et 8. Elem. apertissime hoc ostendunt, veluti de quatuor quantitatibus proportionalibus, et earum permutata proportione, et de aliis patere potest »[11]. Si noti che Piccolomini in coerenza al suo assunto non parla di 'quantuor magnitudinibus proportionalibus' ma impiega il termine più universale di 'quantitates'. Tra le proprietà delle proporzioni rileva quella della permutabilità cui si era richiamato Proclo nell'esempio sulla 'communis natura'[12] e chiude il brano con una citazione generica degli *Analitici posteriori*, servendosene come di ultima conferma autorevole, dopo Proclo ed Euclide: « Quod etiam aperte innuere videtur Aristoteles primo Post. Cap. quinto ». Vedremo più oltre quale è precisamente il passo aristotelico cui si allude.

Riassumendo, Piccolomini afferma l'esistenza di una *scientia communis* come disciplina matematica, ne delinea il concetto e il contenuto ed adduce tre conferme autorevoli, di Proclo, di Euclide, di Aristotele. Ma per ciascuna di queste conferme possono avanzarsi legittime riserve che in sostanza si riducono alle seguenti. La 'natura communis' non viene mai esplicitamente individuata da Proclo e identificata con la 'quantitas' e tanto meno con la 'quantitas abstracta'. La medesima considerazione va fatta, come vedremo in seguito, riguardo alla 'natura communis' supposta da Aristotele nell'esempio della permutabilità delle proporzioni. Quanto poi al tema delle proporzioni in generale, svolto principalmente nel V libro degli *Elementi*, se esso può estendersi alla quantità in generale — come rilevato esplicitamente da più

[11] V. sopra, pp. 15-16.
[12] V. sopra, p. 24.

di un commentatore euclideo — è anche vero che in effetti esso viene esaminato negli *Elementi* limitatamente alla quantità specifica, soprattutto al μέγεθος o quantità continua.

La 'scientia communis' viene presentata come già nota, appunto perché in contestazione. Tuttavia Piccolomini non cita alcun nome dei sostenitori della tesi avversa e tanto meno precisa su quali argomenti basavano i loro punti di vista. Noi esamineremo alcune figure dell'ambiente culturale e universitario padovano sulla metà del secolo, soprattutto in riferimento all'interesse per le matematiche e ai testi cui si riporta Piccolomini, per trarre qualche dato concreto, ambiente e periodo in cui si situa il *Commentarium de certitudine*. Le testimonianze più dirette che ricaviamo da questo sguardo panoramico sono invero di poco posteriori alla pubblicazione dell'opuscolo, tuttavia testimoniando più che altro gli interessi di un periodo senza una precisa delimitazione cronologica possono assumersi con un certo valore retrospettivo. Non si dimentichi d'altronde che quasi contemporaneamente al *Commentarium de certitudine* a Parigi si svolgeva l'opera didattica di Pietro Ramo[13] in cui si dissolvevano

[13] Ramo apprezzava il talento di Piccolomini, a riguardo del quale lasciò un giudizio lusinghiero, proprio in riferimento alla parafrasi *In mechanicas quaestiones Aristotelis*, pubblicazione in cui era incluso come si è detto il *Commentarium de certitudine*: « Piccolomineus editis in Aristotelis mechanica commentariis ostenderat, quantus mathematum artifex futurus fuisset, si sese penitus illi studio dedisset » (*Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*, Basileae per Eusebium Episcopium et Nicolai Fratris haeredes 1569, p. 106). B. Baldi che riporta il giudizio di Ramo, pur riconoscendo che Piccolomini si era posto « fuori del numero de' matematici ordinarii », si mostrava un po' meno entusiasta: « In quanto a le mathematiche . . ., secondo il mio giudizio, non deve porsi tra i primi, cioè fra quelli che, havendo atteso solamente a quelle, sono giunti al colmo de l'eccellenza; onde non si vedono ne le cose sue quelle acutissime demonstrationi, quelle vivacità matematiche, le quali vediamo nel Monteregio, nel Commandino, in Guidobaldo de' Marchesi del Monte, et quegli antichi che n'hanno toccato il fondo » (*Vite de matematici. Alessandro Piccolcmini*, a cura di Natucci,

in germe, come vedremo, quei presupposti teorici che potevano legittimare l'affermazione di una *scientia communis*.

La formazione universitaria di Piccolomini si svolse prima a Siena, ove era nato nel 1508, e poi negli anni 1538-42 nello Studio di Padova e nel 1543 in quello di Bologna, per seguirvi un corso del filosofo Ludovico Boccadiferro. A Padova ebbe come docenti in filosofia Marcantonio Passero o de' Passeri, detto comunemente il Genua, e Vincenzo Maggi o Madio da Brescia; quest'ultimo professò a Padova dal 1529 al 1542, anno in cui passò allo Studio di Ferrara ove insegnò ancora per un ventennio. Prima del Genua l'insegnamento della filosofia era stato impartito in due periodi successivi, nel primo decennio del secolo e poi nel triennio 1525-28, da Marcantonio Zimara di Galatina, fedele interprete del pensiero aristotelico secondo il commento di Averroè. Per quanto ci riguarda, ricorderemo che nel 1508 Zimara si fece curatore del commento di quest'ultimo agli *Analitici posteriori*, e che nel Cod. Ambros. D. 109 inf. si conserva un suo corso di lezioni *In primum Posteriorum*, non datato. Nella sua *Tabula dilucidationum in dictis Aristotelis et Averrois* (uscita postuma a Venezia nel 1537 presso Ottaviano Scoto) figura tra i lemmi quello di *Mathematicae disciplinae* con rinvio alle sue *Quaestiones miscellaneae*, che il Nardi dichiarava di non aver ancora ritrovate [14].

Quanto alle matematiche Piccolomini frequentò i corsi di Federico Delfino (o Dolfin) [15] che resse le due letture di astronomia

in « Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche », t. XI [1886], p. 631). Cfr. F. Cerreta, *op. cit.*, p. 21.

[14] B. Nardi, *Marcantonio e Teofilo Zimara: due filosofi galatinesi del Cinquecento*, in *Saggi sull'aristotelismo padovano dal secolo XIV al XVI*, Firenze 1958, pp. 325, 346.

[15] Piccolomini, settantenne, lo ricorda ancora nella sua ultima operetta: « Praeterea mihi modo in mentem venit, quod dum iuvenis, 40 iam fere elapsis annis, Patavij studij causa commorarer; cum admodum familiariter

e matematica dal 1520 al 1547, anno della sua morte. Autore di due opuscoli usciti postumi nel 1559, *De fluxu et refluxu aquae maris* e *De motu octavae sphaerae*, aveva curato nel 1540 una edizione dell' *Algorismi tractatus* di Prosdocimo de' Beldomandi. Il Tomasini menziona una sua opera manoscritta *De proportione* o *proportionibus* posseduta da Ettore Trevisan, e il Facciolati gli attribuisce tra l'altro un *Tractatus super loca mathematica in Topicis et Elenchis Aristotelis*. Un incentivo alla composizione degli opuscoli astronomici (*De la sfera del mondo, De le stelle fisse, Teorica dei pianeti*) Piccolomini dovette averlo dai corsi del suo maestro, come anche allo studio degli *Elementi* di Euclide, da cui specialmente per la teorica delle proporzioni, trasse ispirazione come si è visto per il contenuto della 'scientia communis'. Forse di matematica ebbe modo di occuparsi anche frequentando l'Accademia degli Infiammati, fondata nel 1540, due anni dopo il suo arrivo a Padova, ove a differenza delle altre accademie che venivano sorgendo in ogni parte d'Italia, unitamente alle discipline letterarie e filosofiche furono in onore, almeno nei primi anni, anche le scienze matematiche, nel cui insegnamento si distinse Bernardino Trevisan [16]. Sappiamo che Piccolomini, già membro dell'Accademia senese degli Intronati, fu accolto in quella padovana sin dai suoi inizi, rivestendo le cariche di segretario e poi, nel semestre aprile-settembre 1541, di principe; dalle letture pubbliche che vi tenne

uterer Friderico Delphino, meo in mathematicis literis praeceptore, astronomo quidem egregio, et magni nominis, gravi annorum numero pene confecto . . . » (*De nova ecclesiastici calendarii . . . forma liberculi*, Senis apud Lucam Bonettum 1578, p. 29). Cfr. inoltre A. Favaro, *Intorno alla vita ed alle opere di Prosdocimo de' Beldomandi matematico padovano del sec. XV*, in « Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche », t. XII (1879), pp. 46-55; e dello stesso, *I lettori di matematiche nell'università di Padova dal principio del secolo XIV alla fine del XVI*, in « Memorie e documenti per la storia dell'università di Padova », Padova 1922, vol. I, pp. 61-63.

[16] Cfr. A. Favaro, *I lettori di matematiche . . .*, *op. cit.*, p. 67.

sull'*Etica a Nicomaco* ebbe origine la sua nota opera *Institutione de l'homo nobile* uscita nel 1542 [17].

L'interesse per gli *Elementi* di Euclide [18] doveva attirare l'attenzione sull'unica opera esegetica conservata al completo, il *Commento al I libro degli Elementi* di Proclo, e Piccolomini con tutta probabilità ne fece la prima conoscenza diretta durante gli anni universitari allo Studio padovano. Vedremo che la prima 'lettura' documentata di Proclo avrà luogo proprio a Padova per opera di Francesco Barozzi. Ancora a Padova notiamo stabilirsi una certa tradizione di analisi di testi matematici che ricorrono in Platone e soprattutto in Aristotele. A Delfino, come già ricordato, viene attribuito da Facciolati un *Tractatus super loca mathematica in Topicis et Elenchis Aristotelis*. Il suo successore sulla cattedra di matematica, Pietro Catena, il cui insegnamento decorre dal 1547 al 1576, anno della sua morte [19], comporrà un opuscolo dal titolo *Universa loca in logicam Aristotelis in mathematicas disciplinas* (Venetiis 1556), in cui spiega attraverso l'esame critico degli interpreti greci, specialmente di Filopono, i passi degli scritti logici, prevalentemente degli *Analitici*, in cui Aristotele fa ricorso ad esempi matematici. Da notare che Catena cita frequentemente gli *Elementi* di Euclide, al punto

17 Cfr. F. Cerreta, *op. cit.*, pp. 20-21.

18 Lo stesso Piccolomini 'lesse' gli *Elementi* di Euclide, come dichiara esplicitamente due volte nel cap. X del *Commentarium de certitudine* trattando della 'resolutio' e 'compositio mathematica', procedimenti che hanno largo impiego nell'opera euclidea: « et ego Euclidem exponens, etiam resolvebam » (f. C *v*). « Hoc idem facere [*procedere secondo le due vie della* 'resolutio' *e della* 'compositio'] possumus in omnibus problematibus, et theorematibus, non solum circa eorum ostensiones, sed etiam circa constructiones, et expositiones, quemadmodum legentes nos hoc anno Euclidem, in singulis locis fecimus » (f. CII *r*). Se i due termini 'exponere' e 'legere' devono intendersi nell'accezione specifica e quindi nel senso di insegnamento accademico, riportando le due affermazioni alla data dell'*epistola nuncupatoria* (... ad Ferdinandum de Mendozza ... Romae ex aedibus ipsis tuis. Quarto Idus Apr. M. D. XLVI.) dobbiamo ammettere che Piccolomini almeno nel 1546 svolse a Roma un insegnamento matematico. Se la prima dichiarazione — « exponens ... resolvebam » — deve intendersi nel senso di un insegnamento distinto e precedente, questo forse è da riportarsi al periodo padovano quando, come abbiamo già detto, frequentava l'Accademia degli Infiammati. Mi sembra comunque da escludere un suo insegnamento allo Studio padovano, non avendo trovato a riguardo alcuna affermazione documentata. Peraltro N. Papadopoli presenta Piccolomini solo nella sezione 'De claris alumnis artium' (*Historia Gymnasii Patavini ... cum auctario de claris cum professoribus tum alumnis eiusdem*, Venetiis 1726, t. I, pp. 233, 340).

19 Cfr. A. Favaro, *I lettori di matematiche ...*, *op. cit.*, pp. 63-64. Se come vuole lo storico B. Baldi, che ne fu discepolo, Catena lesse le *Mechanicae quaestiones* di Aristotele, non dovette trascurare la *Paraphrasis* già ricordata di Piccolomini del 1547, che precede il *Commentarium de certitudine*. Nella breve *Oratio pro idea methodi* del 1563 (Patavii apud Gratiosum Perchacinum), più propriamente una *oratio in laudem* delle discipline matematiche inquadrata nelle considerazioni delle tre cause da cui dipende il valore e dignità di una scienza (« certitudo demonstrationum, nobilitas subiectae materiae, atque utilitas ... ad communem vitam hominum vel ad alias disciplinas »), non troviamo alcun accenno alla scienza comune, pur presentandosene un contesto adatto. Trattando della certezza delle dimostrazioni, che deriva « tum ex ipsorum principiorum luce, ac claritate, tum ex perpetua demonstrationum inter se connexarum forma » ovvero « ex methodi ratione, atque ex serie demonstrationum », riconosce che un tale procedimento in nessun'altra scienza si verifica così perfettamente come nella matematica, « in qua principia, progressiones et metae, tanquam in tabula quadam propositae conspiciuntur, quae a certis principiis, per media destinata, ad determinatos fines progreditur ». E ne adduce come primo motivo la natura stessa della materia di cui si occupa la matematica: « Primum enim quia non considerantur res ex corruptibili materia et forma conflatae, sed simplices, ac separatae formae. Nihil est opus longa investigatione inquirere principia, sed ubi primum partem unam entis nempe quantitatem mathematici assumunt, eam dividunt in continuam, et discretam. Alteram sibi arithmetica vendicat, alteram geometria: haec rursus, ut suprema genera in subalternas, et atomas species dividunt ... » (ff. 6 *r*-7 *r*). Catena quindi non si eleva al di sopra della tradizionale dicotomia dei due generi supremi, come del resto non troveremo alcun accenno nell'opuscolo, anteriore di otto anni, *Universa loca in logicam Aristotelis*, che esamineremo più oltre proprio relativamente ad un brano aristotelico citato da Piccolomini per la tesi della 'scientia communis'.

che l'operetta può considerarsi una dilucidazione reciproca di Aristotele e di Euclide. Nel 1561 ne uscirà la continuazione, un opuscolo di 16 fogli dal titolo *Super loca mathematica contenta in Topicis et Elenchis Aristotelis, nunc et non antea in lucem aedita* (Venetiis, apud Concinum de Tridinum Montisferrati), come il trattato già ricordato attribuito a Delfino, a meno che tale attribuzione non sia dovuta a una confusione di Facciolati. Barozzi, che professerà pubblicamente matematica allo Studio padovano almeno nell'anno 1559-1560, leggendo oltre alla *Sphaera* di Sacrobosco il *Commento* di Proclo, di cui pubblicherà la sua versione latina nel 1560, nell'*Opusculum* dello stesso anno (v. più oltre, n. 34) dichiara il proposito di dare una lucida esposizione ed interpretazione di tutti i passi matematici che si incontrano nelle opere di Platone e di Aristotele [20], mantenendosi quindi nella tradizione di Delfino e di Catena.

[20] Riferendosi all'affermazione di Simplicio che la proprietà dei tre angoli « non converti cum triangulo rectilineo, cum etiam quadrilaterum quoddam tres angulos duobus rectis aequales habere possit », come insegna peraltro Proclo nel commento alla 32ª propos. del I libro degli *Elementi*, dichiara che se ne occuperà più attentamente « in Commentariis nostris in Proclum; nec non in Dilucidationibus omnium Platonis, et Aristotelis locorum mathematicorum » (f. 26 *r*). Ma un tale scritto sui 'loca mathematica' non fu pubblicato da Barozzi, se pure fu integralmente redatto. Nel 1566 dava alle stampe un *Commentarius in locum Platonis obscurissimum .. in principio dialogi octavi de Republica ubi sermo habetur de numero geometrico* (Bononiae typis A. Benacii). Nell'*epistola dedicatoria* (... Gabrieli Palaeoto cardinali ...) di questo opuscolo ne riporta l'idea ispiratrice al suo insegnamento padovano in cui ebbe tra l'altro ad occuparsi del 'numerus Platonis' accennato nel *Commento* procliano, argomento poi ripreso recentemente in una conferenza allo Studio bolognese: « ... cum obscurissimum Platonis in principio Dialogi octavi de Republica locum alias dum Patavii mathematicas publice profitebar exposuissem, eumque denuo superioribus diebus in celeberrimo quoque Bononiensi Gymnasio publice declarassem ... ». Nel recensire poi gli autori che « ⟨Platonis⟩ locum duntaxat attigerunt » nomina in primo luogo Proclo « in libro I cap. 8 suorum commentariorum in primum elementorum Euclidis » (f. 3 *v*). V. *Appendice I*, p. 179 n. 4.

Il brano degli *Analitici posteriori* cui allude Piccolomini, riportandolo genericamente al V cap. del I libro, è quello relativo all'esempio della proprietà permutativa delle proporzioni, che illustra uno degli errori che si commettono a proposito delle dimostrazioni universali [21]. Tutto l'intero capitolo costituì un po' la croce degli interpreti sia nel definire e distinguere i tre errori tipici che Aristotele prende in esame, sia nel distribuire debitamente i tre esempi rapportandoli ai rispettivi errori. Il secondo errore possiamo esporlo nei seguenti termini: dovendosi dimostrare una proprietà comune a cose specificamente diverse tra loro e partecipi di una medesima natura comune cui propriamente e primariamente compete quella proprietà, se tale natura comune non ha un nome che la esprima e che possa figurare come

[21] Δεῖ δὲ μὴ λανθάνειν ὅτι πολλάκις συμβαίνει διαμαρτάνειν καὶ μὴ ὑπάρχειν τὸ δεικνύμενον πρῶτον καθόλου, ᾗ δοκεῖ δείκνυσθαι καθόλου πρῶτον. ἀπατώμεθα δὲ ταύτην τὴν ἀπάτην, ὅταν ἡ μηδὲν ᾖ λαβεῖν ἀνώτερον παρὰ τὸ καθ' ἕκαστον [ἢ τὰ καθ' ἕκαστα], ἡ ᾗ μέν, ἀλλ' ἀνώνυμον ᾖ ἐπὶ διαφόροις εἶδει πράγμασιν, ἢ τυγχάνῃ ὂν ὡς ἐν μέρει ὅλον ἐφ' ᾧ δείκνυται· τοῖς γὰρ ἐν μέρει ὑπάρξει μὲν ἡ ἀπόδειξις, καὶ ἔσται κατὰ παντός, ἀλλ' ὅμως οὐκ ἔσται τούτου πρώτου καθόλου ἡ ἀπόδειξις. λέγω δὲ τούτου πρώτου, ᾗ τοῦτο, ἀπόδειξιν, ὅταν ᾖ πρώτου καθόλου. ... καὶ τὸ ἀνάλογον ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ᾗ ἀριθμοὶ καὶ ᾗ γραμμαὶ καὶ ᾗ στερεὰ καὶ ᾗ χρόνοι, ὥσπερ ἐδείκνυτό ποτε χωρίς, ἐνδεχόμενόν γε κατὰ πάντων μιᾷ ἀποδεῖξαι δειχθῆναι· ἀλλὰ διὰ τὸ μὴ εἶναι ὠνομασμένον τι ταῦτα πάντα ἕν, ἀριθμοὶ μήκη χρόνοι στερεά, καὶ εἶδει διαφέρειν ἀλλήλων, χωρὶς ἐλαμβάνετο. νῦν δὲ καθόλου δείκνυται· οὐ γὰρ ᾗ γραμμαὶ ἢ ᾗ ἀριθμοὶ ὑπῆρχεν, ἀλλ' ᾗ τοδί, ὅ καθόλου ὑποτίθενται ὑπάρχειν ... (*An. post.* I, 5, 74 a 4-13 e 17-25). Ross così riassume la prima parte del brano: « We may wrongly suppose a conclusion to be universal, when (1) it is impossible to find a class higher than the sub-class of which the predicate is proved, (2) there is such a class but it has no name, or (3) the subject of which we prove an attribute is taken only in part of its extent ... » *Aristotle's Prior and Posterior Analytics* ... by W. D. Ross, Oxford 1949, p. 523). I tre esempi addotti da Aristotele sono: le rette parallele, l'uguaglianza degli angoli interni di un triangolo a due angoli retti, la proprietà permutativa delle proporzioni.

soggetto di dimostrazione, la proprietà viene dimostrata separatamente per ciascuna specie, ottenendosi altrettante dimostrazioni, ma non una dimostrazione unica universale in cui tale proprietà si provi della natura comune alle specie. Aristotele — secondo l'interpretazione più accettabile — per illustrare questo tipo di errore ricorre all'esempio della proprietà permutativa delle proporzioni, ossia se A:B = C:D sarà anche A:C = B:D, proprietà che si verifica nei rapporti proporzionali sia dei numeri, che delle linee, dei solidi e dei tempi, tra loro specificamente diversi ma tutti partecipi di una comune natura cui propriamente e primariamente competerebbe la proprietà permutativa. Nell'addurre quest'esempio Aristotele distinguerebbe due tempi, cioè un periodo a lui anteriore (ποτε, 'aliquando') in cui si ignorava tale natura comune e del pari mancava un termine che la esprimesse, per cui la dimostrazione veniva data distintamente per ciascuna specie, ossia separatamente, per i numeri, le linee, i solidi, i tempi; e il periodo in cui scrive (νῦν, 'nunc'), in cui tale natura comune sarebbe nota e si avrebbe un termine che la esprime, quindi della proprietà si darebbe un'unica dimostrazione universale [22]. Nel testo aristotelico propriamente non si

[22] Riportiamo la traduzione del brano aristotelico quale figura nei *Commentaria* di Filopono nell'edizione veneziana del 1542, molto prossima al tempo della redazione del *Commentarium de certitudine* e che senz'altro doveva avere sotto gli occhi il Catena nel comporre l'opuscolo *Universa loca* del 1556. Il brano risponde ai testi 26-28 del commento: « Oportet ... non latere, quoniam saepenumero contingit errare, et non esse quod demonstratur, primum universale secundum quod videtur universale demonstrari primum. Oberramus autem hac deceptione cum aut nihil sit accipere superius praeter singulare, aut singularia. Aut siquidem est, sed innominatum sit in differentibus specie rebus. Aut contingat esse sicut in parte totum in quo monstratur ... Et proportionale quod commutabiliter est, secundum quod numeri sunt, et secundum quod lineae, et secundum quod solida, et secundum quod tempora sunt, quemadmodum demonstratum est *aliquando* seorsum, contingens autem est de omnibus una demonstratione monstrari, sed propter id quod non est nominatum

esplicita questa natura comune alle specie, ma un raccordo alle *Categorie* in cui queste specie vengono enumerate unitamente ad altre, poteva aver suggerito a Piccolomini la sua identificazione con la 'quantità' [23]. Come si vedrà più oltre, Catena svilupperà pienamente in questo senso le implicazioni dell'esempio aristotelico, in modo da potersi addurre il passo dei suoi *Universa loca* che esamineremo come un adeguato commento alla breve allusione di Piccolomini. Nel brano degli *Analitici posteriori* il filosofo senese trovava quindi un accenno alla 'subiecta materia' della 'scientia communis' e l'indicazione di uno dei suoi argomenti, la proprietà permutativa delle proporzioni applicabile a tutte le specie della quantità.

La distinzione temporale cui ricorre Aristotele nel presentare l'esempio ('aliquando' e 'nunc') sfuggì all'attenzione di molti suoi interpreti o fu intesa in una diversa accezione [24]. Catena

aliquid secundum quod haec omnia unum sunt, numeri, longitudines, solida, tempora, et specie differentia seorsum abinvicem accepta sunt. *nunc* vero universale monstratur. non enim secundum quod lineae sunt, aut secundum quod numeri inerat, sed secundum quod hoc est, quod universale supponunt esse » (*Commentaria* Ioannis Grammatici ... Philoponi *in Libros Posteriorum Aristotelis. Recens cum graeco exemplari per doctissimum Philippum Theodosium collata*, Venetiis apud Hieronymum Scotum 1542, pp. 27-28. Il corsivo nel testo è nostro).

[23] Cfr. *Cat.* 4 b 22-25.

[24] Adduciamo come esempio il brano relativo della *Parafrasi* di Temistio: « Differunt discriminibus speciei numerus, magnitudo, tempus: sed in illo conveniunt, quod sicut quatuor comparabiles numeri commutatis vicibus eisdem proportionibus respondent, ita magnitudines quatuor et tempora quatuor. Porro de singulis demonstratio seorsum fieri solet, quia res commune nomen non habet, neque natura aliqua superior est numero, magnitudini, tempori, de qua possit illa universalis affectio demonstrari. Ac est quidem generaliter verum, ut quaecunque ita comparabilia sunt, commutato ordine eisdem proportionibus congruant: quia vero nomen aliquod eius rei commune et certum afferre non est, solvitur demonstratio una in multas, atque ita de singulis demonstratum universaliter videtur: quod tamen secus est, quia nec numerus uti numerus est, neque magnitudo quia magnitudo, neque tempus in eo quod tempus, in demonstrationes illas sufficiunt » (Themistii

si sofferma a lungo nel suo opuscolo *Universa loca* con accenti vivacemente polemici nel rilevare interpretazioni contrastanti con la sua, e in questo contesto critico può trovare un riscontro o un'eco l'accenno di controversie che rilevammo nel brano di Piccolomini, anche se Catena non parla di scienza comune matematica, ma interpreta e sviluppa il brano aristotelico in modo tale da suffragare senz'altro la tesi di Piccolomini.

Catena contesta innanzi tutto agli interpreti aristotelici (« . . . Ioannem Grammaticum et universos Aristotelis interpretes, sive Graeci, Latini, vel Arabes fuerint . . . ») di non aver inteso il senso di tutto il testo relativo ai « tres modi errandi circa universale », scombinando anche l'ordine degli esempi addotti da Aristotele per ciascuno di questi errori tipici [25]. Quanto all'esempio della proprietà permutativa respinge in primo luogo sia l'interpretazione di Filopono che nega ad 'aliquando' e 'nunc' un significato temporale, sia la proposta di alcuni interpreti che sostituiscono 'nunc' con 'non', privando 'aliquando' di ogni significato. Il brano aristotelico non può intendersi se non lasciandolo integrale così come è pervenuto e senza alterare il senso temporale dei due avverbi [26].

. . . *Paraphrasis in Aristotelis Posteriora et Physica* . . . *Hermolao Barbaro interprete* . . . Venetiis apud Hieronymum Scotum 1549, Liber primus, cap. XIII: *Quemadmodum circa universale in demonstrando error contingat*, f. 3 *r*). Come si vede, nella parafrasi di Temistio non solo non appare alcun indizio della distinzione temporale ma l'interprete sembra oscillare tra l'affermazione e la negazione di una natura superiore al numero, alla grandezza e al tempo cui direttamente si possa riferire la proprietà permutativa. E la stessa esitazione si riscontra, anche se attenuata, nel commento di Averroè. Cfr. ARISTOTELIS STAGIRITAE . . . *opera, ed. cit., I vol.: Posteriorum resolutorum libri II cum Averrois Cordubensis magnis commentariis*, ff. 140 *v* - 141 *r*.

[25] Cfr. *Universa loca* . . . pp. 44-45. Appunti a Filopono sulla disposizione degli esempi si incontrano anche in Ramo nelle *Animadversiones aristotelicae* (nell'ed. 1556, p. 110), ma da tutt'altra posizione critica; ne esponiamo il contesto più oltre: v. pp. 65-66.

[26] « Ad vigesimum octavum textum cum accesserit Philoponus ad orchos ingressus, non potuit ex inextricabili labirintho egredi, ita ut ea, quae puerilia sunt in interpretatione, perperam et tortuose sit interpretatus, ut puta verbum hoc 'aliquando' non temporaliter, inquit, audiendum est, sed quasi diminutius, ut ait ipse, et non exacte sit audiendum, simili modo et istud verbum 'nunc', haud, inquit, temporaliter audiendum est, quin potius, exacte, et secundum methodum demonstrativam . . . Quidam alii interpretes quorum esse nescio, quia suum esse nihilest, neque fuit unquam, abradunt ly 'nunc', et loco suo, legunt 'non', et ly 'aliquando' solitarie sine sensu relinquunt, quibus expositionibus vel potius torturis iam iam incipiat Aristotelis lamentatio. Abigatur igitur cum muscis a stabulo una atque altera interpretatio, seu magis Aristotelis depravatio, et legatur textus ut iacet in graeco, qui textus graecus habet has particulas 'aliquando' et 'nunc', quae verba temporaliter et nullo alio modo intelligatur, neque intelligi aliter possunt . . . » (*Universa loca* . . . p. 49; l'uso degli apici è nostro). Per Filopono cfr. *Commentaria* IOANNIS GRAMMATICI . . ., *ed. cit.*, p. 28.

Catena passa quindi ad esporre con qualche sviluppo la dottrina contenuta nell'esempio. Aristotele ed Euclide si completano a vicenda. Aristotele riconosce l'uguaglianza e la disuguaglianza come proprietà dirette della quantità, più che di qualsiasi altro predicamento. Euclide a sua volta limita il concetto di 'proportio seu ratio' al rapporto tra quantità. Dalle due affermazioni prese insieme risulta che solo nella 'quantitas' si riscontra propriamente la 'proportio' o rapporto, che può essere di uguaglianza o di disuguaglianza. Secondo Boezio poi la disuguaglianza può essere maggiore o minore, secondo che il primo termine del rapporto ('fundamentum') è maggiore o minore del secondo termine ('terminus' senz'altro). Alle nozioni sul rapporto tra quantità segue qualche accenno alla proporzione in senso stretto come uguaglianza di due rapporti ('proportionalitas') per rilevare che per alcune proprietà o operazioni proporzionali ('modi arguendi'), come per questa della permutabilità, le coppie di grandezze proporzionali devono essere omogenee [27]. Ritornando direttamente

[27] « . . . dico Aristotelem proprium quantitatis determinasse in fine praedicamenti quantitatis dicentem: *proprium autem quantitati est maxime*

all'esempio della proprietà permutativa, Catena, contrariamente a Filopono, lo riporta non al secondo tipo di errore (« aut ⟨superius⟩ siquidem est, sed innominatum sit in differentibus specie rebus »), ma al terzo (« aut contingat esse sicut in parte totum »), intendendo 'totum' per universale e 'pars' per particolare, con la seguente interpretazione: gli antichi filosofi anteriori a Euclide e Aristotele sbagliarono nel provare la proprietà permutativa per ciascuna specie, quindi con una 'demonstratio de parte hoc est particularis' e non 'de toto seu universalis'; quest'ultima fu possibile con Euclide ed Aristotele, quando si riconobbe nella 'quantitas' il 'genus . . . universale ad omnia quanta' [28].

aequalitas et inaequalitas, reliqua vero, quae non sunt quanta non proprie aequalia ac inaequalia esse dicuntur . . . Proportio seu ratio, ut ab Euclide deffinitur in quinto Elementorum est duarum quantaecunque sint eiusdem generis quantitatum alterius ad alteram habitudo quaedam. Ex Aristotele igitur habetur, quod proprium est ipsi quantitati, esse aequale aut inaequale, ex Euclide vero quod proportio est quantitatum solummodo, ex utroque vero, quod tantum in quantitate proprie reperitur proportio, quae quidem est aequalitatis, et inaequalitatis; inaequalitatis vero proportio biffariam secatur secundum Boetium in primo Arithmeticae, in aequalitatem maiorem atque minorem . . . Praeter haec scito, quod quidam modi arguendi quibus mathematici utuntur (de quibus Euclides in quinto) indifferenter applicantur quantitatibus eiusdem, sive etiam alterius generis, dummodo binae sint unius generis et binae alterius, ut in aequa proportionalitate patet, hic autem modus arguendi qui dicitur commutata proportio non nisi quantitatibus, quae eiusdem generis sunt attribuitur . . . » (*Universa loca* . . ., p. 50).

[28] « Ubi . . . ait Aristoteles loquens de tertio errandi modo, *aut contingit esse, sicut in parte totum*; totum, hoc loco, universale intelligendum est, partem vero inferius ad ipsum universale. Modo dico, quod antiqui philosophi qui praecesserunt Euclidem et Aristotelem saepissime erraverunt hoc tertio errandi modo, putantes de toto, seu universalem facere demonstrationem, quae tamen erat in parte demonstratio, hoc est particularis et non universalis, ideo ait philosophus quemadmodum demonstratum est aliquando, videlicet ab antiquis philosophis, qui tempore Aristotelem, atque Euclidem praecesserunt, quia ipsi non adverterunt quod quantum est id (id est natura aliqua), quod superius accipitur, et nominatum est in pluribus differentibus specie rebus; differt igitur iste modus a primo, quia ibi non erat accipere aliquid superius, et etiam differt a secundo, quia in secundo illud superius non erat nominatum in pluribus differentibus specie rebus, hoc autem, quod hic consideratur, est in pluribus speciebus nominatum, et commune, atque universale omnibus quantis, sive illa discreta, seu continua sint, quorum esse successivum, seu etiam permanens sit, ut numeri sunt, lineae, solida, tempora, et alia huiusmodi specie differentia, seorsum ab invicem aliquando acceperunt antiqui de singulis demonstrationem facientes. Nunc vero, inquit philosophus, universale demonstratur, sensus, universali ad haec omnia modus iste arguendi immediate et per se attribuitur, ut ipsi quantitati, quatenus tale. Nunc dico, nedum in eo Aristoteleo quidem tempore, et a philosophis recte sapientibus, sed etiam et primo ab Euclide, cuius clarissimi philosophi beneficio habetur demonstratio universalis omnibus quantis, ut suo quinto libro Elementorum docet, propositione sextadecima. Errabant igitur antiqui aliquando, arguendo permutatim in numeris seorsum, in lineis seorsum, et caeteris seorsum, nunc autem non contingit iste error his, qui sequuntur Euclidis scitum, quia nunc, idest post Euclidis scripta universaliter demonstratur, hoc est modus iste arguendi primo et per se quantitati convenit, quae genus est et universale ad omnia quanta, haec autem est mea interpretatio, et vera et germana ipsi Aristoteli, ut etiam ipse suis verbis manifestat Text. 93., ubi apertissime declarat propositum » (*Universa loca* . . ., pp. 50-51). Si tenga presente per l'intellezione dell'ultima parte del brano che Catena riteneva (conforme all'opinione ancora corrente) che l'Euclide degli *Elementi* fosse il filosofo Euclide di Megara, quindi anteriore di una generazione ad Aristotele. Il testo 93 cui Catena rimanda in fine risponde a *An. post.* I 24, 85 a 37-b 1.

Vedremo nel seguente capitolo l'interpretazione che Ramo dà di questo passo controverso. Adduciamo ancora due esempi, che ci consentono per un verso di coprire l'arco di tempo della nostra indagine e per l'altro di rilevare più nettamente il carattere problematico di un ordine di considerazioni tanto prossimo al tema centrale del nostro saggio, la *mathesis universalis*, ma che non sempre lo raggiunge, anzi può ignorarlo se non implicitamente contrastarlo.

Giacomo Zabarella (1533-89), commentando il brano aristotelico in questione, si dichiara in favore dell'interpretazione di Filopono, negando il significato temporale a 'aliquando' e a

'nunc' [29]. Nello stesso tempo contesta che dal brano risulti, come vorrebbero alcuni, che per Aristotele la 'quantitas' sia senz'altro un genere univoco, e quel genere cui comporterebbe la proprietà permutativa: Aristotele procede solo per via esemplificativa, procedimento che non può assumersi come indicativo o dimostrativo della verità, tanto più che il filosofo sembra avvalersi non di una propria opinione, ma di quella di altri. Il brano non è sufficiente per poter decidere quale sia effettivamente il pensiero di Aristotele in proposito. Se quindi, come ritengono alcuni, la quantità non è un genere univoco, non sono da considerarsi univoche neppure le proprietà che si dicono comuni della quantità: « aliud significant in discreto, aliud in continuo » [30].

La critica alla 'quantitas' come genere comune assume un rilievo più concreto in un'opera dal titolo e contenuto analoghi a quella di Catena, nell'opera *Aristotelis loca mathematica* di

[29] Cfr. Iacobi Zabarellae *Patavini In duos Aristotelis libros posteriorum analyticorum commentarii*, in *Opera logica*, Coloniae 1603, coll. 726-727. La I ed. dei commentari apparve a Venezia nel 1582.

[30] « Colligunt ex hoc loco nonnulli quantitatem apud Aristotelem esse genus univocum [*in margine*: Ratio aliquorum ad probandum quod quantitas sit genus], quum asserat dari commune genus numeri, et lineae, proinde discreti, et continui, licet nomine careat; dicit de hoc communi esse demonstrandam commutatam proportionem, non de speciebus; sed horum argumentatio vana est [*in margine*: Confutatio], quia Aristoteles exempli tantum gratia loquitur: exemplorum autem non est exquirenda veritas, patet hoc in postremis verbis quando dicit 'quod universales supponunt esse'; dicit enim in tertia persona 'supponunt', quia non ex propria sententia dicit dari hoc commune genus, sed ex ore aliorum, et ex eo, quod apparet, hoc exemplum sumit ad propositum declarandum. Ob id illi, qui putant quantum non esse genus univocum, dicere possent, quod sicuti nomen quanti commune continuo, et discreto non est eiusdem rationis, ita nec commutata proportio, nec aequalitas, nec aliae multae affectiones, quae communes esse videntur: non sunt enim communes univoce, sed nomina tantum communia: quia aliud significant in discreto, aliud in continuo. Quod igitur quantum sit genus, vel non sit, ex Aristotelis verbis colligi non potest ... » (*In duos Aristotelis libros ...*, *ed. cit.*, col. 727).

Giuseppe Biancani (1566-1624). Seguendo l'interpretazione di Filopono e di Zabarella, Biancani rileva che non ha mai incontrato nei testi di matematica una dimostrazione universale, secondo il passo aristotelico, della proprietà permutativa; la stessa dimostrazione che ne dà Euclide nella 16ª propos. del V libro — la proposizione cui si era esplicitamente richiamato Catena per comprovare la sua tesi — ha sì un'unica natura comune come soggetto, ma tale natura non è che la 'magnitudo', non il presunto genere comune ai numeri, alle grandezze, ai tempi ... [31].

Nel 1559-60 unitamente a Pietro Catena professava matematica allo Studio padovano il giovane patrizio veneto Francesco Barozzi [32], ventiduenne (era nato nell'isola di Candia il 9 agosto 1537), leggendo la *Sfera* di Sacrobosco [33] e il *Commento al I libro degli Elementi* di Proclo. Ma il suo interesse principale fu per questa ultima opera, edita per la prima volta in greco, come si è già visto, nel 1533 a Basilea. Dopo averla emendata,

[31] « ... nusquam apud mathematicos invenio hanc demonstrationem universalem de illo communi omnibus praedictis (... numeris, aut magnitudinibus, aut temporibus), quare dicendum cum Zabarella illud 'nunc' esse intelligendum sic 'nunc autem', idest, in praesentia autem deberet universaliter demonstrari, quod tamen cum non fiat, contingit nos decipi putantes universaliter demonstrasse. vel dicendum istud verificari tantum de lineis, superficiebus, et solidis, de quibus simul in unica natura communi, quae est magnitudo, demonstratur in 16. quinti universaliter » (*Aristotelis loca mathematica ex universis ipsius operibus collecta et explicata* ... Bononiae apud Bartholomaeum Cochium 1615, p. 51).

[32] Cfr. B. Boncompagni, *Intorno alla vita ed ai lavori di Francesco Barozzi*, in « Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche », t. XVII (1884), pp. 795-848; A. Favaro, *I lettori di matematiche* ..., *op. cit.*, pp. 64-66.

[33] « ... XXVI ab hinc annis, dum Sphaeram ipsius Ioannis de Sacrobosco in Patavio Gymnasio publice legerem [*in margine*: Anno a Christi natalicio 1559] ... Petrus Catena quoque publicus tunc et ipse in eodem Gymnasio mathematicarum professor ... » (da *Cosmographia*, di cui parleremo tra breve, nella sezione a pagine non numerate dedicata agli errori di Sacrobosco).

sulla base di vari codici, l'aveva tradotta in latino, e questa versione latina con tutta probabilità costituì il testo base della sua lettura accademica. Frutto immediato del corso fu la pubblicazione nel 1560 dell'*Opusculum* [34], in cui raccoglieva l'orazione inaugurale e due delle questioni principali dibattute nell'insegnamento, l'una sulla certezza delle dimostrazioni matematiche e l'altra sulla medietà delle discipline matematiche, entrambe collegate all'esposizione del *Commento*. La sua versione latina dell'opera procliana apparve nello stesso anno, dedicata come l'*Opusculum* al patriarca di Aquileia, Daniele Barbaro.

Barozzi non si limitò all'esposizione orale ma concepì anche il disegno di redigere e pubblicare un commento all'opera procliana. Non sappiamo in che misura fu da lui realizzato questo progetto [35]: ma un commento *in nuce* può già considerarsi l'insieme

[34] *Opusculum, in quo una oratio, et duae quaestiones: altera de certitudine, et altera de medietate mathematicarum continentur*, Patavii E[xcudebat] G[ratiosus] P[erchacinus] 1560. Nella *epistola dedicatoria* (...Danieli Barbaro Patriarchae Aquileiensi designato...) dichiara di voler confutare la tesi di Piccolomini sulla certezza delle dimostrazioni matematiche e la pretesa che essa trovi conferma nel *Commento* di Proclo. Ma l'autore del *Commentarium de certitudine mathematicarum* non viene mai esplicitamente nominato: «...opinionem recentioris cuiusdam, viri certe hac nostra tempestate scientiis optimis perornati... cum gravissimus ille vir quaestionem hanc primum in medium attulisset...». Nell'*Oratio* «...habita in celeberrimo Gymnasio Patavino cum mathematicas publice profiteri inciperet, Anno a Natali Christi Dei nostri MDLIX» si annunzia l'argomento del corso: «Liber... quem sum expositurus, est ille Procli Diadochi Lycii in primum Euclidis elementorum, quem superioribus annis Basileae graece impressum, adeo excaecatum, dilaniatumque cum haberemus, ut ne vestigium autoris in eo deprehendi posset, Ego divino, humanoque amore impulsus, quo ad fieri potuit, instaurari, ex multis vetustissimisque exemplaribus ita emendavi, et in latinum sermonem converti, ut ex lacero prius, et corrupto, integer nunc, et perfectus in manibus hominum versetur...» (ff. 4 *v*-5 *r*).

[35] A un commento a Proclo accenna almeno tre volte nell'*Opusculum*: «...in Commentariis nostris in Proclum... hanc rem diligentius examinabimus» (ff. 26 *r*-26 *v*), «...in commentariis nostris abunde ostendemus» (f. 37 *v*), «...Alia vero permulta, quae adhuc dici poterant, in meis in Proclum Commentariis suo loco adiiciam...» (f. 40 *r*). In un codice della Nazionale di Parigi (Fonds Latin: 7218) si conserva l'inizio, appena una paginetta, del corso del 1559: «Francisci Barocij Lectiones in Procli commentarios in primum Librum Euclidis Elementorum quas publice in Gymnasio Patavino profitebatur. Anno a Christi natali 1559. Lectio prima. Prohemium. Operae pretium esse existimo juvenes eruditissimi...» e si arresta alla linea 36: «Propositum igitur primo de ide.» (cfr. B. Boncompagni, *op. cit.*, pp. 805, 818). V. inoltre n. 4 in *Appendice I*, p. 179.

delle note e glosse marginali nell'edizione della sua versione latina, in cui si rilevano con espressioni sintetiche i punti salienti del testo, si esplicitano gli autori e le opere citate, si segnalano in latino le varianti risultate dalla collazione dei manoscritti greci per la definizione del testo greco; da aggiungere ancora gli stessi titoli che premette ai capitoli della ripartizione adottata nell'*editio princeps* di Basilea, gli scolii che inserisce al testo procliano [36] e il ricco indice analitico in fondo all'edizione [37]. Molto probabilmente fu questo progetto a ispirargli l'idea di un commento diretto agli *Elementi* di Euclide, di cui esisterebbe un codice manoscritto [38].

[36] «*Francisci Barocii scholium adversus quoddam incerti autoris scholium in vigesimum quartum theorema primi lib. Elementorum Euclidis*» (pp. 200-207); «*Scholium Francisci Barocii in 36. propositionem primi Elementorum*» (pp. 244-247); «*Francisci Barocii scholia in 41. 42. et 43. propositiones primi Elementorum ubi Procli Commentaria mutilata sunt*» (pp. 256-259).

[37] *Index omnium rerum notabilium, quae in toto opere continentur, per alphabeti ordinem quam accuratissime digestus, et quam locupletissime*... in 20 pp.

[38] Nella *Cosmographia* del 1585 rimanda una decina di volte ai suoi *In Euclidem Commentarii*, di cui tre volte al commento al IX libro e una volta al commento alla I propos. del I libro. Riportiamo il primo passo esplicito e più diffuso, riguardo ai 'geometrica principia': «Absolutissimam autem omnium geometricorum principiorum declarationem tradidimus in nostris amplissimis in Euclidis geometrarum principis Elementa commentariis, quae etiam Deo permittente edentur».

Cosa si riprometteva il Barozzi scegliendo il *Commento* di Proclo quale testo del corso? Nell'*Oratio inauguralis* si precisano due vantaggi. Il giovane docente che vede con soddisfazione realizzarsi la sua aspirazione di professare pubblicamente le discipline matematiche, mentre si augura di risollevare le sorti e l'interesse per queste scienze che immeritatamente versavano in un deplorevole stato di abbandono — « Quum autem mathematicas disciplinas abolitas hic iam prope, atque deperditas cernerem, perinde ac si prorsus inutiles essent, ab omnibusque despiciendae, quae tamen a quovis summopere amplectendae, diligendaeque sunt . . . » —, si ripromette commentando l'opera procliana di agevolare la lettura e la comprensione dei numerosissimi testi di Platone, Aristotele ed altri filosofi i cui scritti hanno frequenti richiami ad argomenti di matematica [39], e insieme di assicurare in breve tempo una più solida educazione culturale nelle sue stesse basi: nell'opera procliana si contengono « communia . . . cunctis mathematicis scientiis cum principia, tum considerationes », la cui perfetta conoscenza consente la formazione di una disposizione generale a comprendere facilmente tutte le scienze matematiche e in conseguenza tutte le altre parti della filosofia contemplativa [40]. « Applicati con impegno e con passione

[39] In connessione a questa utilità della lettura di Proclo Barozzi progetta di scrivere un commento sui testi matematici: « . . . in Dilucidationibus omnium Platonis, et Aristotelis locorum mathematicorum hanc rem diligenter examinabimus » (ff. 26 *r*-26 *v*); « . . . non ab re divinus Plato dixit mathematicam naturali, caeterisque scientiis esse priorem . . . (ut in commentariis nostris diligenter ostendemus) . . . » (f. 39 *r*). Di questo progetto non si hanno altre notizie; comunque ad esso si collega l'opuscolo già menzionato *Commentarius in locum Platonis* (v. sopra, n. 30).

[40] « . . . polliceor . . . eos qui Proclo diligenter studuerint, brevi temporis curriculo mathematicos evasuros. communia enim cunctis mathematicis scientiis cum principia, tum considerationes in hoc suo volumine tradit, quorum veritate perfecte cognita, quaedam communis acquiritur vis ad omnes mathematicas scientias facile capessendas. quibus utique recte perceptis, reliquae etiam contemplatricis philosophiae partes clariores

— esorta il lettore nella *praefatio* alla versione del *Commento* — allo studio della filosofia matematica che Proclo espone nel suo stile piano ed elegante, se vuoi conoscere te stesso, la tua anima, che ha un'essenza matematica e che pertanto viene chiamata matematica » [41].

Il motivo di 'principi e considerazioni comuni a tutte le scienze matematiche' ci riporta al contesto della scienza comune matematica che Piccolomini attingeva da Proclo. Appena prospettato nella *Oratio inauguralis* del 1559, esso viene ripreso come argomento preliminare in un'opera posteriore di venticinque anni, nella *Cosmographia* del 1585 [42]. In quest'opera Barozzi si propone di dare una esposizione sistematica degli argomenti che rientravano nel tradizionale trattato *Della sfera*,

redduntur . . . » (ff. 5 *v*-6 *r*). Da notare che l'espressione 'communes mathematicae considerationes' ricorre nell'edizione della sua versione latina del *Commento* procliano come glossa marginale sull'inizio del III cap. del I libro (p. 4) relativamente ai « communia theoremata . . . tum in numeris, tum in magnitudinibus, tum in motibus . . . ». V. *Appendice I*, p. 175.

[41] « Nunc . . . reliquum est ut te pro viribus meis adhorter ut mathematicam velis philosophiam, quam Proclus noster elegantissime tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si animam tuam, et temetipsum cognoscere cupis. Anima namque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sane mathematica quoque a Proclo vocitatur, et non solum communi nomine mathematica, verum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphaerica. Quod quidem ridiculum mihi non videtur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hasque praeassumpsit disciplinas in sui essentiam . . . Quum itaque anima nostra mathematica sit secundum omnes mathematices partes, operaepretium esse existimo quemlibet, qui animam suam, et se se desiderat cognoscere, eoque praestare caeteris animantibus, in mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfecte cognoscere poterit . . . ».

[42] *Cosmographia in quatuor libros distributa . . . ad Magnam Ptolemaei mathematicam constructionem, ad universamque astrologiam instituens . . . Cum praefatione eiusdem Autoris . . . Ioannis de Sacrobosco vero 84 errores . . . redarguuntur . . . Praecesserunt etiam quaedam Communia mathematica . . .* Venetiis ex Officina Gratiosi Perchacini 1585.

ma prima si adopera a confutare circa ottanta errori commessi da Sacrobosco nel suo diffusissimo manuale (e che lui stesso, come si è detto, aveva commentato nel 1559-60) e dai suoi numerosi interpreti. Quindi premette al trattato propriamente detto alcune nozioni elementari per mettere in grado il lettore di seguire senza difficoltà questa « cosmographicam elementarem institutionem, . . . in qua docentur omnia quae ad universi descriptionem, totiusque astrologiae institutionem pertinent ». In primo luogo espone alcuni principi comuni matematici relativi alla quantità come tale, di cui si occupa ogni scienza matematica. Poi alcuni principi aritmetici relativi alla quantità discreta o numeri, e principi geometrici relativi alla quantità continua o grandezze, e da ultimo alcune nozioni elementari da Teodosio [43].

Barozzi parla di principi comuni matematici, che distingue da quelli aritmetici e geometrici, senza collegarli o riportarli a una scienza comune matematica. Tuttavia la loro esposizione rispetto al generico 'propria principia' della *scientia communis* di Piccolomini è dettagliata ed organica nell'impianto euclideo di definizioni e assiomi. Si hanno in primo luogo le definizioni di parte, tutto, parte aliquota o sottomultiplo, parte aliquanta, multiplo, rapporto, proporzione, grandezze proporzionali. Seguono poi sei assiomi sulla uguaglianza e disuguaglianza. Nell'edizione della sua versione latina del *Commento* procliano, in conformità all'*editio princeps* di Basilea, Barozzi riportava dieci assiomi, ma in margine alle considerazioni di Proclo sulla riduzione del numero di questi ultimi annotava: « Resecat sextum et 7. et 10. pronunciatum » (p. 113). Qui sembra far tesoro delle osservazioni critiche del commentatore euclideo, ma elimina anche l'VIII

[43] « Primum igitur ponemus nonnulla communia mathematica principia de quantitate ipsa quatenus quantitas est, in qua omnis mathematica scientia versatur: deinde quaedam arithmetica principia quantitati discretae, sive numeris propria subiungemus: postremo quaedam geometrica quantitati continuae, seu magnitudinibus propria principia, una cum quibusdam Theodosii elementis adiungemus » (*Cosmographia* . . . Ad lectorem).

assioma, e il numero si riduce quindi a sei [44]. Da un esame anche sommario risulta che i principi enumerati da Barozzi si accentrano sui concetti di mensurabilità, di rapporto di uguaglianza e disuguaglianza e su quello di proporzione, ossia su quei concetti fondamentali su cui va delineandosi la *mathesis universalis*.

Il mancato rilievo di una scienza comune matematica da parte di Barozzi, critico del *Commentarium de certitudine mathematicarum*, potrebbe considerarsi una semplice omissione [45]. Ma è più probabile pensare che sia dovuto ad una diversa interpretazione

[44] V. *Appendice II*, pp. 207-208.

[45] Nello stesso anno in cui Barozzi dava inizio al suo corso di matematica, ossia nel 1559, un altro giovane veneto, Francesco Ponzio, per testimoniare il profitto dei suoi studi all'università di Padova che frequentava da sei anni, in concomitanza quindi con Barozzi, raccoglieva in una pubblicazione una nutrita silloge di tesi da proporre in una discussione pubblica. Nei primi *problemata mathematica* si adombrava, su ispirazione di Proclo, una trattazione comune matematica relativa al 'quantum phantasiatum' quale 'ens univocum', con esclusivo riferimento alle proprietà dei rapporti e delle proporzioni. Tuttavia l'accento non cade direttamente sulla trattazione — e tanto meno ricorre una espressione *ad hoc* che la designi —, ma su 'communis quidam artifex'. Si direbbe una posizione intermedia tra quella di Piccolomini e quella di Barozzi. « 1. Inter scientias speculativas primas tenent disciplinae mathematicae. quarum subiectum neque omnino materiae coniunctum est fluens et variabile, quale est physicum; neque penitus a materia et sensibus sciunctum, cuiusmodi est metaphysicum; sed partim materiale, partim abstractum: versatur enim mathematicus, teste Proclo, circa quantum phantasiatum. 2. Huiusmodi autem subiectum neque ab arithmetico, neque a geometra consideratur, sed a communi quodam artifice, ut optime arbitratus est idem Proclus: est enim quantitas ens univocum, licet Averrois aliter senserit. 3. Inter passiones, huius artificis tantum interest proportionem et proportionalitatem considerare. quare si quis per multiplicitatem quatuor proportionales numeros vel lineas demonstrare voluerit, errorem dicendi per se committet . . . » (*Problemata ex omnibus prope scientiis sumpta, quae a* Francisco Pontio *patritio veneto Aloisii f. Patavii ac Venetiis publice disputanda proponuntur*. Venetiis ex officina Valgrisiana 1559, pp. 15-16. L'epistola dedicatoria al doge Priolo è datata: « Data Patavii III nonas Maii MDLIX »).

del *Commento* procliano, puntualizzata sulla preminente posizione della scienza dell'ente o della dialettica platonica.

In margine al IV cap. del I libro della versione latina (*Communia haec quomodo subsistant, et a qua considerentur scientia*, pp. 4-5) incontriamo le seguenti glosse: « Communia haec neque a naturali scientia, neque a mathematica cognoscuntur, sed a divina — Divina scientia omnium scientiarum capacissima, quam Aristoteles dominam scientiarum vocat in primo post. tex. 23 — Prima philosophia, quam Plato dialecticam vocat in septimo de Rep. »[46]. Gli stessi rilievi sulla preminenza della scienza dell'ente vengono ribaditi nell'indice analitico, da cui riportiamo i seguenti lemmi che rimandano allo stesso IV cap.:

« Divina scientia cunctas simul mathematicas cognitiones in unum continet 4 p.

Divina scientia omnium scientiarum est capacissima, et illa est, quae cognoscit communia mathematica theoremata, et principia.

Divina scientia, sive prima philosophia, quae dialectica a Platone vocatur, cunctis mathematicis scientiis principia largitur ».

La nostra supposizione su Barozzi potrà essere avvalorata da quanto si dirà nel seguente capitolo sull'interpretazione di Ramo e Dasipodio del *Commento* procliano.

[46] V. *Appendice I*, pp. 181, 183, 185.

III

Il *Commento* di Proclo nelle interpretazioni di P. Ramo e C. Dasipodio: 'dialectica' e 'communis scientia universalis'

I personaggi di cui ci occupiamo in questo capitolo, quasi coetanei — li divide poco più di una quindicina d'anni — presentano un tratto comune nella formazione culturale per essere stati entrambi allievi di Johann Sturm: Ramo a Parigi negli anni di attività editoriale e didattica del pedagogista tedesco dal 1529 al 1536, Dasipodio a Strasburgo, divenendo poi suo efficace collaboratore nell'opera di riforma scolastica.

Non è semplice raffrontarli sul piano della problematica del nostro argomento. Non tanto per la posizione di Ramo, ben definita nel contesto della preminenza della logica su tutte le discipline, con cui è agevole sintonizzare molti testi del *Commento* procliano. Le perplessità provengono piuttosto dall'interpretazione da dare al pensiero di Dasipodio, affidato, lungo l'arco di circa un trentennio in cui si dispongono le opere prese in esame, all'uso quasi esclusivo di brani procliani, con adattamenti e ritocchi personali specie per consentire l'inserimento di espressioni, varie nella formulazione stessa, che in definitiva mettono capo a 'una aliqua communis scientia universalis', sul cui carattere matematico specifico sorgono legittimi sospetti. E nella misura in cui questi risultano validi, la posizione di Dasipodio si approssima a quella di Ramo, anche se a vantaggio non più della 'logica' ma della 'metafisica'.

L'opera di Ramo può considerarsi come l'esito di quella profonda trasformazione della logica nella prima metà del sec. XVI,

che sulle linee direttive del *De inventione dialectica* di R. Agricola attraverso le innovazioni di Caesarius, Melantone e Sturm approda, in contrasto con la tecnica formalistica della tarda tradizione scolastica, a una 'dialettica funzionale', connessa ai metodi della 'civilis eloquentia' e concepita soprattutto come uno strumento razionale per l'ordinamento sistematico delle singole 'disciplinae et artes' [1].

In questa trasformazione che attinge e scuote le stesse fondamenta del pensiero filosofico tradizionale, la logica assume su tutte le discipline una incontrastata preminenza [2], talora assorbendo in un ordine di considerazioni generiche oggetti e temi spettanti a campi specifici di conoscenza e svuotandoli del loro contenuto reale. Noi ci soffermeremo a cogliere questo aspetto negli scritti di Ramo per quanto riguarda il nostro argomento, descrivendo in pari tempo l'eclissarsi o il dissolversi di quei presupposti che fondano la tesi di una scienza comune matematica.

In un paragrafo del IX libro delle *Animadversiones aristotelicae* — il IX e il X libro vertono sugli *Analytica posteriora* — prende ad analizzare il brano aristotelico da noi già esaminato

[1] Cfr. C. Vasoli, *La dialettica e la retorica dell'Umanesimo, 'Invenzione' e 'Metodo' nella cultura del XV e XVI secolo*, Milano 1968; segnaliamo in particolare la *Parte quinta: Intorno a Pietro Ramo e alle dispute logiche del maturo Cinquecento*, pp. 331-601.

[2] La 'dialectica' come 'ars bene disserendi' si estende a tutto ciò su cui può vertere il discorso: « ad bene de quovis problemate disserendum, omnia logicae praecepta referuntur, et eius gratia inventa descriptaque sunt omnia ... Itaque artes et praeceptiones mathematicae, physicae, caeterorumque generum notiones et disciplinae speciales, velut arte quadam sunt eorum argumentorum plenae, de quibus dialectica generaliter admoneat, unde caussas, facta, subiecta, adiuncta, opposita, caeteraque rerum genera sumantur » (*Animadversionum aristotelicarum libri viginti, nunc demum ab authore recogniti et aucti* ... Parisiis apud Andream Wechelum, 1556. Per le citazioni dal IX libro ci riportiamo all'ed. particolare del 1560, presso lo stesso editore a Parigi, *Animadversionum aristotelicarum liber IX. et X. in Posteriora analytica*. Per le varie edd. dell'opera a partire dalla prima (1543) cfr. W. J. Ong, *Ramus and Talon Inventory*, Cambridge [Mass.] 1958, pp. 55-65).

a proposito di Piccolomini e di Catena [3]. Innanzi tutto Ramo rileva l'oscurità del testo, che tra l'altro ha indotto gli interpreti a distinguere a proposito della dimostrazione universale tre generi di errori in conformità ai tre esempi addotti, mentre in effetti non si tratta che di un solo tipo di errore: « ... obscurius Aristoteles loquitur, et quod ab interpretibus non intelligitur: quia utrum de subiecto genere loquatur, an de attributa affectione, non exprimit. Itaque interpretes tres modos erroris hic faciunt, cum sit unus, sed exempla tria. In omnibus enim sumitur inferius ... » (p. 108).

In ogni parte — afferma Ramo — si riscontrano successioni ordinate di concetti a partire da un genere supremo, cui seguono generi e specie subalterne e da ultimo le specie infime (« aliquid γενικώτατον ... ὑπάλληλα ... εἰδικώτατα »): a questi generi e specie corrispondono ai vari livelli ordinatamente 'affectiones et proprietates'; in conseguenza « summa summis, media mediis, infimis infima, τῷ γένει ὁμογενές, τῷ εἴδει ὁμοειδές copulandum est: qui hunc ordinem pervertit, ut superiora cum inferioribus, aut inferiora cum superioribus annectit, non καθολικῶς πρώτως καὶ ἀντιστρόφως, sed σοφιστικῶς, ut mox dicet Aristoteles, instituit » (pp. 108-109). Nei tre esempi, delle rette parallele, della uguaglianza degli angoli interni di un triangolo a due angoli retti, della proprietà permutativa della proporzione, si commette sempre lo stesso errore dimostrando il γενικὸν πάθημα non del genere cui compete, ma della specie, sovvertendo la corrispondenza suaccennata.

Per illustrare questa incongruenza 'sofistica' Ramo si sofferma con preferenza sull'esempio della proporzione. « Analogiae quoddam genus est unum per se, cuius in numeris septimo, et in magnitudinibus quinto libro multae species explicantur ab Euclide » (p. 111). Una di queste è l' ἀναλογία ἐναλλάξ, di cui dà il seguente esempio in numeri: se 2 sta a 4 come 3 sta

[3] V. sopra, pp. 40, 47 sgg.

a 6, anche 2 sta a 3 come 4 sta a 6. « Eiusmodi analogiam et caeteras species si quis in numeris separatim doceat, ut fecit Euclides, non demonstrabit, nisi sophistice, ait Aristoteles ... quia non quatenus numeri aut quatenus magnitudines habent eiusmodi analogiam »[4].

Quanto all'esempio aristotelico della proporzione, Ramo tocca il punto nevralgico della questione: « Ecquodnam igitur, inquies, genus illud analogicum, et cuius tandem disciplinae, si non est arithmeticum, si non est geometricum? ». Precisa quindi in primo luogo l'appunto già avanzato, ossia che Aristotele non dichiara il 'genus subiectum' della proprietà che viene dimostrata, la proprietà permutativa della proporzione, e tanto meno individua la disciplina cui tale genere appartiene che non sia né l'aritmetica, né la geometria. Nel brano del *Commentarium de certitudine mathematicarum* Piccolomini, richiamandosi al testo artistotelico, aveva lasciato supporre una chiarificazione e integrazione in questo senso: quel 'genus analogicum' è la 'quantitas' di cui sono specie i 'numeri' e le 'magnitudines', e la disciplina in questione è una scienza matematica comune all'aritmetica e alla geometria, che pertanto sono ad esse subalternate[5]. Ramo è al di fuori di quest'ordine di idee ed avanza in forma suppositiva una interpretazione dell'esempio aristotelico, che in definitiva non è che l'applicazione della propria concezione della dialettica o logica. « Aristoteles non dicit, sed fortasse (quod certum tamen non

[4] Ramo criticò aspramente Euclide dal punto di vista dell'applicazione della 'logica': le sue dimostrazioni sono 'sofistiche', « nec enim affectionem generalem demonstrant in universo, ut oportuit, ut ὁμογενὲς πάθημα ὁμοιῷ γένει coniungeretur, sed generalem in specie una aut pluribus demonstrant, quod una poterat demonstrari ... » (p. 111). Per non aver osservato le leggi della logica i suoi *Elementi* risultano un'opera estremamente oscura: « ... fateor quindecim libris elementorum nihil unquam humana manu obscurius scriptum esse ... ⟨Euclides⟩ mathematicam didicerat, logicam non item » (*Scholarum mathematicarum libri* ..., pp. 75 e 79; v. oltre nella n. 9 i dati completi dell'edizione).

[5] V. sopra, p. 38 sgg.

habemus), ut caussae, ut generis, ut contrarii, ut definitionis, ut syllogismi, ut methodi generalis et universalis consideratio, sic analogiae et comparationis cuiusvis summa et communis omnium artium consideratio logica fuerit ». La considerazione della proporzione, come di ogni comparazione, è una delle più generali considerazioni logiche, come quelle di causa, genere, contrario ... di competenza della logica che ha riferimento a tutte le arti o discipline.

Passiamo ora ad esaminare come Ramo critica e dissolve la categoria aristotelica della 'quantitas' nel IV libro delle *Animadversiones aristotelicae*, al paragrafo *De quantitate* (pp. 128-34). Aristotele non dà alcuna definizione della quantità, né riesce a caratterizzarla con le tre proprietà che le attribuisce: « nil habere contrarium, non magis et minus suscipere, ... aequale vel inaequale dici ». Quest'ultima non compete solo alla quantità « sed accidens commune est »; Aristotele stesso afferma « aequalitatem et inaequalitatem primas entis esse differentias » (*Metaph.* IV, 2; XI, 3), in modo che « omne ens sit aequale vel inaequale: non autem sola haec categorica quantitas ». La quantità è inconsistente non solo come 'genus' predicamentale ma anche nelle specie in cui viene divisa da Aristotele: le più notevoli sono la 'quantitas discreta', ossia 'numerus et oratio', e la 'quantitas continua', ossia 'linea, superficies, corpus, locus, tempus'. Ma né il luogo, né il tempo possono considerarsi quantità — « quantitas ab omni motu materiaque abstracta consideratur », ciò che non può dirsi del luogo e del tempo come vengono definiti da Aristotele —. Si aggiunga che luogo e tempo si ripresentano come categorie a sé, 'ubi' e 'quando', con la conseguenza che « eiusdem corporis caput alibi, alibi discerpta a corpore membra iaceant ». Né si può considerare quantità la 'oratio', perché tale sarebbe solo « ratione temporis » e il tempo non è appunto quantità.

Al posto di questa inconsistente quantità predicamentale deve ammettersi nella dialettica un ordine di considerazioni più generale di quello che si considera nell'aritmetica e nella geometria,

un ordine suggerito dalla logica naturale, che consente di comparare le cose tra di loro secondo un rapporto di uguaglianza e disuguaglianza e che rientra in uno dei generi supremi della dialettica ramiana, 'loci argumentorum' o 'inventionis fontes', ossia il 'locus de comparatione' [6]. In questo 'locus' si incontrano quindi le nozioni di 'qualitas et quantitas', implicate nel concetto di proporzione da cui siamo partiti. E nelle *Dialecticae institutiones* viene precisato il loro rapporto nell'ambito del genere supremo della comparazione: « Comparata sunt ea quae inter se conferuntur, idque modo duplici: collatio enim aut est qualitatis, aut quantitatis: qualitas est habitus comparatarum rerum: quantitas vis, et quasi potestas quaedam. Prioris generis duae sunt partes: nam qualitas eadem est, aut diversa: illic similitudo, hic dissimilitudo nominatur ... Comparatio quantitatis triplex est, maioris, paris, minoris: nec propriis vocabulis, ut similitudo dissimilitudoque: sed circumscriptione illa appellatur » [7].

Dissolta nelle *Animadversiones aristotelicae* la quantità predicamentale e negata alle specie 'locus, tempus, oratio' la qualifica di 'quantitas' come viene intesa dal matematico, restava il problema della 'quantitas continua' e della 'quantitas discreta', depurate di ogni indebita intrusione e di cui si occupano rispettivamente la geometria e l'aritmetica: hanno un genere comune,

[6] « Ac quidam est quantitatis communior et generalior in usu naturalis et humanae rationis, sensus, quam arithmeticis et geometricis artibus comprehendatur: quique neque discreta, neque continua quantitate contineatur. Sic unus dialecticae inventionis communis et generalis de comparatione locus, duas facit quasvis res (seu substantiae, seu quantitates discretae continuaeve, seu qualitates seu actiones, passionesque fuerint) maiores, minores, aequales: imo vero caussas, facta, subiecta, adiuncta, opposita, categoriis omnibus altiora et generaliora sic plerunque comparamus: et quantitatis mentio, quae possit in dialecticis tractari, ea sola est » (*Animadversionum aristotelicarum* ..., p. 129).

[7] *Dialecticae institutiones* ... Lugduni apud Theobaldum Paganum 1547, pp. 20-21. La I ed. era apparsa a Parigi nel 1543 con il titolo *Dialecticae partitiones*; cfr. W. J. Ong, *op. cit.*, pp. 46-55.

una 'categoria'? come questa dovrebbe essere intesa? Ribadendo la tesi fondamentale che una tale categoria esulerebbe dalla logica — « haec categoria nequaquam esset in logicis artibus instituenda », in conformità alla « catholica Aristotelis lex ... quod artis cuiusque proprium est, in alia arte est alienum » —, avanza una risposta in cui sembrano profilarsi l'idea e il proposito di un trattato singolare sui numeri e le figure, da nessuno mai ancora trattato: « Ego vero mirabilem quandam et divinam numerorum et lineamentorum [8], et singulari methodo descriptionem factam agnoscerem, quae id nobis repraesentaret, quod adhuc homo nemo repraesentare potuit » (*Animadversionum aristotelicarum* ..., p. 132). Sembra balenare in questo passo un'idea allusiva al progetto di una *mathesis universalis*, ristretta al campo specifico matematico, ossia all'aritmetica e alla geometria, della quale tuttavia — ammesso che la nostra supposizione sia attendibile — non abbiamo trovato alcuna traccia nelle sue opere.

Nelle *Scholae mathematicae* [9] si toccano più direttamente i temi relativi all'impianto istituzionale della matematica. Ramo ne parla direttamente in un preambolo generale « in definitionem et partitionem mathematicae » del IV libro (pp. 113-116). « Quid igitur est mathematica? Est (inquam) doctrina quantitatis: ut vero definitur arithmetica bene numerandi, geometria bene metiendi doctrina, sic generali verbo, modo ex suo fine definiretur mathematica ars, tanquam diceretur, quantitandi ». La classificazione si riduce a due sole discipline matematiche: « Partitio autem est in arithmeticam et geometriam: quia quantitas mathematica est discreta ut numerus, aut continua ut magnitudo ».

[8] Sull'accezione dei due termini riportiamo una precisazione dello stesso Ramo: « Itaque dicendum musicam et astrologiam uti numeris et lineamentis, id est quantitatibus in arithmetica et geometria declaratis ... » (*Scholarum mathematicarum libri* ..., p. 113; v. n. seguente).

[9] *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*, Basileae per Eusebium Episcopium et Nicolai Fratris haeredes 1569.

Ramo confuta le due classificazioni esposte da Proclo nel I libro del *Commento* [10], sia la 'quadripartita distributio mathematum' dei pitagorici sia la divisione di Gemino 'ratione intelligibilium et sensibilium': solo l'aritmetica e la geometria verificano le condizioni di « quantitas abstracta a motu et materia ». « Quare bimembris illa mathematum partitio teneatur. Mathematica igitur est arithmetica in numero, geometria in magnitudine, musica autem, astrologia, ceteraque illa φυσικώτερα [*magis physica*] non sunt artes mathematicae. Nihil enim praecipiunt de quantitate, nihil de numero, nihil de magnitudine, sed de re physica numerata, de re physica magna. Itaque mathematicae non sunt » (p. 114) [11]. Pur riducendo le matematiche alle due sole discipline fondamentali, Ramo non svolge alcuna considerazione sul genere comune che le fonda, sulla 'quantitas mathematica abstracta a motu et materia'.

La considerazione della dialettica e dei 'loci inventionis' prevale anche nell'esame di quanto vi è di comune e di diverso nell'aritmetica e nella geometria. « Veruntamen non est illud praetereundum, quod Proclus communiones et differentias arithmeticae et geometriae hic etiam collegit, fecitque logica illa de materia formaque artium, item de rationum, proportionum doctrina, de alternatione, inversione, fecit (inquam) logica mathematicae communia quaedam principia ». Il brano in cui Proclo tratta dei rapporti delle due discipline è contenuto nel II prologo, ma il riferimento generico di Ramo include anche il III cap. del I libro sui κοινὰ θεωρήματα [12]. Con Proclo concorda nell'ammettere che vi sono principi e proposizioni comuni sui rapporti e le proporzioni, ma avverte il bisogno di discriminare in quale senso le sue affermazioni rispondono al vero e in quale altro invece devono ritenersi erronee. « In quo nihil errat, quod logicam putat esse communem mathematicae. Est enim omnium artium et omnium rerum communis, et in logica proprie praecipitur de generali arte rationum aequalium, majorum, minorum, proportionum directarum, inversarum, alternarum ». È la concezione della dialettica al vertice di tutte le scienze in conformità al VII libro della *Repubblica* cui si era richiamato lo stesso Proclo nel I prologo del *Commento*. « Sed errat si putat praecepta illa communia esse praecepta artis mathematicae: specialia sunt ubi numerus specialiter attingitur et eo numeratur, ut duplum, triplum, sesquialterum . . . » (p. 115). Nel ribadire anche in via negativa la sua concezione dialettica, implicitamente Ramo riconosce che il testo procliano poteva dar adito ad una interpretazione diversa e più specifica, in favore appunto di una disciplina matematica che si interponga tra la dialettica e le altre discipline matematiche e abbia come argomento i 'communia praecepta artis mathematicae'.

Per Ramo queste proposizioni, questi precetti comuni non sono che 'logici', e 'logico' è lo stesso V libro degli *Elementi* nelle parti in cui si tratta di definizioni e proprietà comuni all'aritmetica e alla geometria. « . . . Proclus . . . scopum ait esse libri de analogiis, et certe de solis analogiis agitur libro quinto. Proclus putat totum librum hunc esse communem arithmeticae et geometriae, et quidem multis partibus *logicus* est, ut definitionibus rationis, proportionis, in differentiis communibus inversae, alternae, continuae proportionis, reliquarum tamen partium doctrina est arithmetica, nec ullam magnitudinis propriam affectionem complexa . . . » (p. 218, il corsivo è nostro) [13]. Ciò che vi è quindi di comune nelle due uniche discipline matematiche si sottrae ad un esame nell'ambito stesso della matematica, per

[10] Un esame critico in senso negativo del *Commento* procliano, specialmente dei due prologhi, viene svolto da Ramo al III libro, trattando dell' 'obscuritas' delle matematiche e del procedere di Euclide contro le leggi della logica. Le aspre critiche contro Euclide coinvolgono anche il suo 'patronus', Proclo.

[11] Cfr. R. Hooykaas, *Humanisme, Science et Réforme. Pierre de la Ramée (1515-1572)*, Leida 1958, pp. 37-41.

[12] V. sopra, pp. 23, 28 sgg.

[13] Sul carattere 'logico' di gran parte del contenuto del V libro Ramo

divenire generico nella considerazione della dialettica e riferibile a tutte le discipline al cui vertice si trova la dialettica stessa.

Corrado Dasipodio [14] illustrò per circa un quarantennio la cattedra di matematica all'Accademia di Strasburgo, nella seconda metà del sec. XVI. La sua produzione letteraria ebbe inizio con un contributo alla diffusione degli *Elementi* di Euclide, con la pubblicazione integrale del I e del II libro e con una edizione ridotta degli altri libri [15]. Dasipodio riteneva l'opera euclidea

si era già soffermato, rimproverando ad Euclide la 'redundantia logica in mathematicas artes': « . . . e logica rationum et proportionum primo sunt novem definitiones quinti ut 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13. Sunt item propositiones novem e materia logica 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14 16. Deinde propositiones quatuor libri septimi de alternatione repetitae e lib. 5, 9, 10, 13, 15: illic enim fuerant magnitudinis nomine . . . » (p. 91).

[14] Conrad Dasypodius (Frauenfeld 1532 - Strasburgo 26/IV/1600) fu alunno e poi collega nell'insegnamento alla Accademia di Strasburgo di Johann Sturm. *Mathematicus* nel 1562, insegnò fino al 1597 (cfr. G. Meyer, *Die Entwicklung der Strassburger Universität aus dem Gymnasium und der Akademie des Johann Sturm*, Francoforte 1926, pp. 52-53, 55). Ma l'inizio del suo insegnamento effettivo deve anticiparsi al 1558, stando ad una affermazione della prefazione al *Volumen II mathematicum* (datata « Cal. Maii Anni 1570 »): « . . . in nostris scholis, in quibus sum educatus: et annos nunc profiteor duodecim . . . ». Collaborò alla riforma scolastica di Sturm per quanto riguarda l'insegnamento delle matematiche, soprattutto componendo manuali che ebbero larga diffusione. Cfr. P. Ramus, *Scholarum mathematicarum libri* . . ., pp. 67 e 71.

[15] Nel 1564 a Strasburgo presso l'editore Christianus Mylius pubblicava, successivamente in tre opuscoli, il I libro degli *Elementi* nel testo greco con una sua versione latina a fronte ed un'appendice di *Scholia* (*Euclidis quindecim elementorum geometriae primum: ex Theonis commentariis graece et latine . . . Cui accesserunt scholia, in quibus quae ad percipienda geometriae elementa spectant, breviter et lucide explicantur . . .*: indicheremo questo opuscolo *Elementum I*), poi il II libro (Εὐκλείδου τῶν πέντε καὶ δέκα στοιχείων ἐκ τῶν τοῦ Θεῶνος συνουσιῶν τὸ δεύτερον. *Item Barlaam monachi Arithmetica demonstratio eorum, quae in secundo libro elementorum sunt in lineis et figuris planis demonstrata. Item, Octo*

un testo utile e necessario non solo allo studio della geometria e delle scienze che ne derivano, ma anche alla comprensione di tutte le scienze matematiche, immaginando in una densa metafora che dal suo seno in cui si raccolgono gli elementi delle scienze matematiche, queste si dipartano come altrettante colonie dalla madrepatria [16].

E in questa 'trattazione elementare' doveva rintracciare gli elementi di una disciplina che precede le altre per il suo contenuto più universale. Il primo accenno e il primo schema lo si incontra infatti nel primo degli *Scholia* annessi all'*Elementum I* del 1564, dal titolo *De scientiis mathematicis*. Per quanto non si faccia il nome di Proclo, questo primo abbozzo della 'universalis . . . mathematica cognitio et doctrina' viene delineato sulla falsariga del *Commento al I libro degli Elementi*, desumendo a volte espressioni *ad litteram*. Diremo di più. Questo abbozzo, se si prescinde dai preliminari sulla derivazione del termine 'mathematicae scientiae' e sulle due classificazioni delle mate-

propositiones stereometriae, eiusdem cum praecedentibus argumenti . . .), e da ultimo un terzo opuscolo con i soli principi e gli enunziati delle proposizioni dei libri III-XIII (*Propositiones reliquorum librorum Geometriae Euclidis...*). Nel 1571 presso lo stesso editore riapparìva l'*Elementum I* (Euclidis *Elementorum liber primus. Item* Heronis Alexandrini *vocabula quaedam geometrica ante hac nunquam edita, graece et latine. Per M. Cunradum Dasypodium*), « quod hic potissimum liber in omnibus fere gymnasijs praelegatur: in nostris vero scholis ijs qui in prima sunt curia proponatur » (dalla *praefatio* . . . ad D. Danielem Archiepiscopum Maguntinensem . . . datata « Calendis Maij Anno M.D.LXX. »); e si pubblicava una raccolta delle sole proposizioni di opere euclidee (Euclidis *omnium librorum propositiones graece et latine, editae per M. Cunradum Dasypodium*).

[16] « Euclidis . . . lectio non tantum ad elementorum cognitionem utilis et necessaria est, quae in eodem genere sunt scripta, et γεωμετρικά, aut ἔκγονα τῆς γεωμετρίας sunt; sed ad quamvis mathematicam scientiam et disciplinam percipiendam, unde ex hac στοιχειώσει, tanquam ex urbe aliqua populosa, plurimae deductae sunt coloniae » (dalla prefazione all'opuscolo menzionato nella nota precedente: *Propositiones reliquorum librorum Geometriae Euclidis* . . . del 1564).

matiche, è uno schema, una traccia di un testo notevolmente più ampio che figurerà come primo capitolo di un'opera posteriore di alcuni anni, il *Volumen II mathematicum* del 1570, capitolo dal titolo *Quaenam et qualis sit universalis illa disciplina mathematica*, che risulta in definitiva una silloge di brani più o meno estesi del I prologo del *Commento* procliano.

Nel suddetto scolio dell'*Elementum I* Dasipodio, dopo aver brevemente trattato della derivazione etimologica e riassunto le due classificazioni tradizionali della 'universalis mathesis' — nel presente contesto con questa espressione intende la matematica come un tutto unitario, come *mathesis universa* —, dalla considerazione della classificazione in base alla dicotomia 'quantitas continua, quantitas discreta' sembra desumere l'esistenza di una scienza universale che comprenda tutte le altre; « . . . quoniam μάθησις habet perceptionem quantitatis continuae, vel quantitatis discretae . . . itaque universalis quaedam mathematica cognitio et doctrina est statuenda, sub se complectens reliquas disciplinas omnes, suaque principia, et universales propositiones, omnibus communicans, non quatenus numeris, aut figuris, vel denique motibus illa insunt: sed quatenus eorum universalis est natura, et talis, quae singularibus illis disciplinis attribui potest » (pp. 151-152).

Sempre sulla falsariga del *Commento* di Proclo, che ripetiamo non cita, Dasipodio continua a delineare succintamente la 'universalis mathematica cognitio et doctrina', indicando i due principi 'finitum et infinitum' e le proposizioni matematiche comuni (i κοινὰ θεωρήματα del *Commento*) relative ai rapporti di uguaglianza e disuguaglianza, alle proporzioni, alle considerazioni sul bello, l'ordine e il metodo, ai rapporti di similitudine e dissimilitudine, proposizioni che in quanto comuni vanno considerate « in figuris, numeris et motibus universaliter », anche se ricevono nelle discipline specifiche una applicazione più particolare e concreta. Lo scolio dell'*Elementum I* si chiude con una considerazione sulla ἀποδεικτική come vertice delle scienze matematiche, « quia per ipsam hae scientiae perficiuntur, dum definitionibus, divisionibus, demonstrationibus, et quicquid harum rerum est, utuntur » (p. 153).

Due riferimenti ad una disciplina universale ricorrono nelle *Analyseis geometricae* del 1566 [17]. Il primo si collega al brano del II prologo del *Commento* da noi già esaminato trattando dell'opera di Proclo e poi ancora a riguardo di Ramo, sulle proposizioni proprie dell'aritmetica, quelle proprie della geometria e su quelle comuni ad entrambe [18]. Quanto alle proposizioni comuni Dasipodio sottolinea la loro estensione a tutte le discipline, in quanto derivano propriamente dalla 'universalis μαθηματική' e adduce come esempi espliciti alcune proprietà relative alle proporzioni, che figurano già nel brano dell' *Elementum I*, ossia la permutazione, l'inversione, la composizione e la divisione: « . . . sunt etiam alia ⟨theoremata⟩ quae cum sint communia, ex geometria in arithmeticam et ex hac in illam transferuntur: vel etiam utrinque se habent: et peraeque in geometria, atque in arithmetica considerantur: imo in caeteris quoque disciplinis adhiberi possunt: quia ex illa universali μαθηματικὴ desumuntur: ut sunt ἐναλλαγαί, καὶ ἀναστροφαὶ τῶν λόγων: συνθέσεις, διαιρέσεις: et quae huius sunt generis » (f. LXXXVI *v*).

L'altro riferimento ricorre nel proemio al V libro degli *Elementi*; per quanto *l'analysis geometrica* di questo libro sia del suo maestro Herlinus, questa nota preliminare è da presumere che sia di Dasipodio, curatore dell'intera opera ed autore non solo delle analisi dei libri II-IV ma anche dei commenti e degli scolii. Il proemio è rilevante anche per il carattere generale che si riconosce all'intero libro che tratta delle proporzioni e

[17] *Analyseis geometricae sex librorum Euclidis, primi et quinti factae a Christiano Herlino, reliquae una cum commentariis et scholiis perbrevibus in eosdem sex libros geometricos a Conrado Dasypodio*, [Argentorati] ex. Josias Rihelius 1566. In questa singolare opera, iniziata da Herlinus, maestro di Dasipodio, si riducevano in forma sillogistica le dimostrazioni dei primi sei libri dell'opera euclidea.

[18] V. sopra, pp. 28, 70.

quindi non limitato né alla geometria, né alla aritmetica. « Hic quintus liber peculiarem doctrinam instituit de proportionibus, quae diffusae sunt per universam rerum naturam, et non ad geometriam tantum aut arithmeticam pertinent, sed et ad alias scientias atque idcirco potius referri debet ad universalem illam disciplinam mathematicam, quae reliquas omnes tanquam species sub se comprehendit. dividitur vero in partes duas: prima continet prima et simplicissima huius doctrinae theoremata, ut sunt pars et multiplex; altera vero universalem proportionum persequitur doctrinam » (f. XCVII *r*).

Soffermiamoci in qualche considerazione sull'interpretazione delle tre espressioni incontrate. La 'universalis mathematica cognitio et doctrina', connessa più direttamente alla classificazione quadripartita fondata sul concetto base della quantità e qualificata espressamente come matematica, sembra riflettere una caratterizzazione piuttosto specifica, anche per quel legame che implicitamente viene a stabilirsi tra la 'quantitas' e la 'communis natura' di ascendenza procliana.

Quanto alle due espressioni delle *Analyseis geometricae*, è singolare il fatto che nel primo brano Dasipodio impiega una formulazione lessicalmente ibrida: 'illa universalis μαθηματική'. Avrà inteso con questo stemperare un'accezione specifica e indicare piuttosto un senso più generico, quale verrebbe suggerito dall'etimo del termine greco[19]? Nel secondo brano invece a quella formulazione ibrida fa riscontro l'espressione 'universalis illa disciplina mathematica', in cui il termine composito, 'disciplina mathematica', per non risultare pleonastico deve conferire un senso ristretto sia all'espressione in esame, sia alle 'aliae scientiae' che

[19] Cfr. l'etimo esposto da Dasipodio all'inizio del primo scolio dell'*Elementum I*: « Mathematicas scientias sic dictas volunt, quod cum alias artes etiam absque praeceptore intelligere et addiscere possimus: has tamen non nisi instituti et edocti, imo in illis exercitati percipere queamus: ut a discendo disciplinae, a μαθήσει ἐπιστήμαι μαθηματικαί dicantur » (p. 150).

come l'aritmetica e la geometria devono quindi intendersi matematiche. Ma passiamo ad esaminare lo scritto di maggior rilievo quanto al nostro argomento tra le opere del matematico di Strasburgo.

Nel 1570 Dasipodio pubblicava il II volume di un manuale di matematica « in utilitatem Academiae Argentinensis collectum », redatto in greco e in latino[20]. Di questa redazione bilingue nella prefazione (Ad . . . Dominum D. Joannem, Episcopum Argentoratensem electum . . .) adduceva due ragioni: « propter graecae linguae imperitiores: ut collatione facta: quid tradatur facilius intelligant. Deinde quia hae scientiae a graecis praecipue fuerunt excultae: atque idcirco haec non nisi ex ipsorum monumentis petere dignum erat, maxime vero ut ad fontes harum scientiarum nostri ducerentur discipuli ». In effetti ad autori greci e a loro scritti attinge largamente nel compilare questo secondo volume, quali Proclo, Tolomeo, Achille (*Achilles Statius* [?])[21], Cleomede, Ipparco (di Nicea), Teone (d'Alessandria). Ma, cosa singolare, nella prima sezione del volume, intitolata *Mathematica*, che è quasi un'intera compilazione dei due prologhi del *Commento al I libro degli Elementi* di Proclo, il nome di quest'ultimo non compare mai.

[20] La pubblicazione del manuale era stata iniziata nel 1567 con *Volumen primum mathematicum. Prima, et simplicissima mathematicarum disciplinarum principia complectens: geometriae, logisticae, astronomiae, geographiae. Per* CUNRADUM DASYPODIUM *in utilitatem Academiae Argentinensis collectum. Una cum classium eiusdem Academiae ordinarijs lectionibus.* Argentorati excudebat Iosias Rihelius. Dasipodio si proponeva di esporre le singole discipline matematiche procedendo dalle nozioni elementari e graduando la trattazione secondo la difficoltà degli argomenti. Presso lo stesso editore usciva quindi tre anni dopo il *Volumen II mathematicum, complectens praecepta mathematica, astronomica, logistica, una cum typis et tabulis, ad explicationem eorumdem necessariis . . .*

[21] Su questo matematico e astronomo del sec. III, che nell'opera di Dasipodio ricorre sotto il nome di *Achilles Statius*, cfr. P.-M. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, *op. cit.*, p. 107.

Questa prima sezione del volume (pp. 1-89 per il testo greco e pp. 162-252 per il testo latino) quanto al contenuto può considerarsi una introduzione generale alle matematiche e si divide in undici capitoli. Il I cap., dal titolo *Quaenam et qualis sit universalis illa disciplina mathematica* (pp. 1-14 e 162-176), tranne qualche adattamento redazionale limitato più che altro ai raccordi, non è che una silloge di brani desunti dal I prologo del *Commento*, disposti secondo lo schema espositivo dello scolio già esaminato dell' *Elementum I*. Ma né in margine, né in alcuna nota, ripetiamo, Dasipodio dichiara esplicitamente la natura compositiva del capitolo e tanto meno la sua derivazione.

Il *Commento* procliano fu particolarmente noto al matematico di Strasburgo e figura tra i numerosi testi matematici greci che secondo la sua esplicita testimonianza « magnis meis sumptibus, ex varijs collectos provincijs in latinum sermonem transtuli, correxi, commentarijsque illustravi », in vista di pubblicarli. Nell'elenco che ne dà in appendice alla *Protheoria mathematica* del 1593, di cui ci occuperemo più oltre, il *Commento* figura al n. 9: « Procli depravatissima commentaria, ex graecis exemplaribus correcta » (p. 23). Ossia Dasipodio emendò il testo greco dell'*editio princeps* di Basilea (1533), servendosi di più codici e tenendo senz'altro presente anche la versione latina di Barozzi del 1560. Ma, come del resto della quasi totalità delle altre opere accennate, non ne fece alcuna edizione. Prendendo in esame i soli testi del *Commento* che figurano nella suddetta silloge abbiamo riscontrato, da una sommaria collazione basata sull'apparato critico di Friedlein, un frequente accordo di Dasipodio con gli emendamenti apportati da 'corrector quidam ignotus' in un esemplare dell'*editio princeps*, conservato alla Biblioteca di Monaco di Baviera (A. Gr. 1060), che a sua volta dipende dal *Codex Monancensis 427* o da un codice a questo affine [22].

[22] Per l'ignoto correttore indicato da Friedlein con C e il suo rapporto con il *Codex Monacensis 427* (M) si veda la *Notarum explicatio* dell'edizione critica (p. 1). Quanto alle concordanze da noi riscontrate tra Dasipodio e C, nel nostro apparato di note dell'*Appendice I* si considerino soprattutto quelle relative a 162,20; 164,10; 166,20,23; 168,7,20-21; 172,8,29; 176,27; 178,17(2); 182,22-23; 184,2,3; 186,7; 190,22; 196,26; 198,26. Friedlein nella prefazione alla sua edizione critica ha solo questo accenno su Dasipodio: « Cuncti operis editionem videtur molitus esse Dasypodius » (p. IV).

Il I prologo del *Commento* (con alcuni capitoli del secondo) può considerarsi una introduzione generale alle matematiche. È significativo che Dasipodio vi operi una cernita per ricavarne solo quei brani che possano rientrare, secondo il suo modo di vedere, in una esposizione sintetica di quella disciplina da premettere a tutte le altre per la sua peculiare natura, che indica come 'universalis quaedam disciplina mathematica'; altre parti dei prologhi verranno da lui distribuite ed utilizzate nei dieci capitoli successivi.

In *Appendice I* abbiamo disposto in sinossi il testo completo del capitolo sia in greco che in latino — numerando i singoli brani della silloge con numeri romani — e lo schema dell'*Elementum I*, unitamente alla versione di Barozzi [23].

Il primo brano sulla μεσότης dell'essenza matematica (I, *a* e *b*) utilizza due periodi desunti dal I cap. del prologo (*De mathematicae essentiae medietate*). Seguono due capoversi sulla conoscenza discorsiva o dianoetica, propria della matematica (II): provengono da un passo del V cap. (*Quod sit instrumentum iudicans mathematicas*). Qui si inserisce il concetto base della 'universalis mathematica scientia', in un capoverso che è la fusione di due frasi staccate del testo procliano (III, *a*, *b*) e che ricorrono nel III cap. (*Quaenam sint communia mathematicarum essentiarum theoremata*) e nel IV cap. (*Communia haec quomodo subsistant, et a qua considerentur scientia*), nel contesto della

[23] Colleghiamo i sei brani della silloge di Dasipodio ai capitoli del I prologo secondo la divisione e i titoli della versione latina di Barozzi. Nell'*Appendice I*, a p. 158, risulterà anche il raccordo con l'edizione critica di Friedlein.

κοινωνία matematica: « Est autem una quaedam universalis mathematica scientia, sub se comprehendens omnes simul mathematicas disciplinas [III, *a*]: quae cum antecedat omnes reliquas, principem inter multas alias tenet locum scientias: immo communicat principia sua illis ipsis scientijs: multaeque aliae scientiae circa eam consistunt: denique ad eam ipsam tanquam principalem referuntur [III, *b*] » (p. *164*). All'infuori dell'espressione iniziale — « Est autem una quaedam universalis mathematica scientia », Ἔστι δὲ μία τις καθόλου ἐπιστήμη μαθηματική — le due frasi si ripresentano, nel seguito redazionale del capitolo, nelle rispettive posizioni da cui erano state desunte e nella loro formulazione originaria, posizioni in cui vengono riassorbite nel contesto della preminenza della scienza dell'ente su tutte le discipline.

È da notare che mentre il testo greco non varia sensibilmente rispetto alle frasi originarie, la versione relativa di questo capoverso presenta qualche sviluppo che tradisce l'intenzione dell'autore di precisare le prerogative della scienza matematica universale. Si confronti III, *b*, già dato, con la frase originaria: « ideoque horum cognitio praecedit multas alias notiones, et ipsis subministrat principia et multae circa ipsam subsistunt: immo ad eam referuntur » (pp. *168-169*); riscontriamo in più: « principem inter alias tenet locum scientias . . . tanquam principalem », e invece di 'notiones' ricorre il termine 'scientiae'.

Al capoverso sulla 'universalis mathematica scientia' segue un lungo brano sulla κοινωνία dei principi e dei teoremi (IV), rispondente a tre interi capitoli, dal II al IV, della versione di Barozzi (II cap.: *Communia eorum, quae sunt, mathematicaeque essentiae principia, finis, et infinitum*; abbiamo già riportato i titoli degli altri due capitoli): come si è rilevato a suo tempo, il contesto è dominato dalla considerazione preminente della scienza dell'ente. Da notare in questo IV brano, alla conclusione della comparazione socratica delle colombe con le scienze nel *Teeteto*, un particolare nella versione di Dasipodio (p. *170*). « Μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθη-

μάτων . . . », che Barozzi traduce aderentemente: « Una igitur scientia omnes scientias et disciplinas praecedat . . . », viene invece reso da Dasipodio: « . . . una aliqua scientia . . . » — come se nel greco risultasse « Μία τις τοίνυν ἐπιστήμη . . . » —, quasi a collegare questa frase conclusiva di considerazione sull'unificazione di scienze particolari con la 'una quaedam universalis mathematica scientia' del III brano e non con la « unica atque sola scientia, quae sub se comprehendit omnes alias mathematicas scientias » (p. *167*), ossia con la scienza dell'ente.

L'ultima parte del capitolo sulla dialettica come vertice delle scienze e sulla connessione delle matematiche (V), e poi sulla derivazione del termine 'mathematica' risponde integralmente al XIV cap. (*Quomodo dialectica mathematicarum scientiarum vertex sit, et quae sit ipsarum coniuctio ex Platonis sententia*) e al XV cap. (*Mathematices nomen unde sit ortum*; omesse le frasi conclusive).

La rilevanza di questa silloge del *Volumen II mathematicum* è nell'implicito intento di Dasipodio di interpretare il pensiero procliano in funzione di una 'universalis mathematica scientia'; tuttavia la forma redazionale scelta, ossia l'utilizzazione diretta dei testi procliani, riversa sul concetto della scienza in questione gli aspetti ambigui delle considerazioni del filosofo neoplatonico, e nello stesso tempo rende alquanto ingombrante l'esposizione stessa, gonfiandola con argomenti che si direbbero più pertinenti ad una introduzione generale alle matematiche, come nei lunghi brani da noi numerati V e VI.

Molti anni dopo la pubblicazione del *Volumen II mathematicum*, nel 1593 Dasipodio iniziava la pubblicazione di un nuovo 'corpus mathematicum', da tempo progettato [24], con un'opera preli-

[24] A qualche mese dalla pubblicazione del *Volumen II mathematicum* un *Diploma caesareum* del 30 settembre dell'imperatore Massimiliano II raccomandava questo nuovo programma editoriale di Dasipodio di « matheseos universae doctrinam in unum corpus redigere eamque graphice descri-

minate, la *Protheoria mathematica*[25], che faceva riscontro alla sezione dal titolo *Mathematica* del vecchio progetto redazionale di oltre vent'anni prima, non portato a termine ed arrestatosi al secondo volume. Rileviamo subito una differenza fondamentale: l'opuscolo del 1593 non è una silloge di testi procliani, anche se questi vengono di tanto in tanto utilizzati nella formulazione stessa in cui figuravano nei *Mathematica*, ma ha una sua propria stesura redazionale.

bere », tenendo conto non solo degli scritti più recenti, ma soprattutto delle opere pervenute degli antichi matematici greci. Con il decreto imperiale, seguito da un *Privilegium typographicum* del 6 novembre, si ordinava ai sudditi e si raccomandava agli altri principi di secondare e agevolare con ogni mezzo il lavoro di informazione, documentazione, trascrizione, considerando « quamplurima vero sibi ad praeclarum hoc institutum absolvendum necessaria occurrant: et in his maxime libri, subsidia pecuniae, et opifices aliqui, qui instrumenta mathematica possint conficere ». Ma il programma che nel 1579, anno in cui Dasipodio indirizzava un discorso sul valore delle discipline matematiche a Federico II di Danimarca e di Norvegia (*Oratio de mathematicarum disciplinarum dignitate ad Fridericum II sereniss. regem Daniae*... Argentorati excudebat Nicolaus Wyriot 1579) era ancora allo stato di progetto, ebbe una ben limitata realizzazione vari anni dopo con la pubblicazione — oltre alla *Protheoria mathematica*, v. nota seguente — del primo volume (*Institutionum mathematicarum voluminis primi erotemata logisticae, geometriae, sphaerae, geographiae*... Pro schola argentinensi impr. J. Rihelius, 1593), seguito tre anni dopo, presso lo stesso editore, da un'*Appendix elementorum, arithmeticae, geodesiae, opticae, catoptricae, scenographiae*... La morte dell'autore avvenuta nel 1600 arrestò definitivamente un'opera concepita con intenti grandiosi, se si considera non solo la parte propriamente monografica quanto le numerose edizioni progettate di classici matematici greci tradotti in latino e commentati dallo stesso Dasipodio.

[25] *Protheoria mathematica, in qua non solum disciplinae mathematicae omnes ordine convenienti enumerantur: verum etiam universalia mathematica praecepta explicantur. Brevis quoque Corporis mathematici in tria volumina, Institutionum duo et Pandectarum unum distincti, descriptio.* Argentorati imprimebat Iodocus Martinus anno 1593. Vi si riportano anche il *Diploma caesareum* e il *Privilegium typographicum* del 1670, di cui si è detto nella nota precedente.

La *Protheoria mathematica* si divide in tredici 'propositiones', più precisamente in tredici enunziati svolti in altrettanti commenti, i cui temi possono ridursi ai seguenti: posizione mediale della matematica nella ripartizione della *philosophia contemplativa* (I propos.), sua definizione nominale e reale (II), utilità, note caratteristiche e legame delle discipline matematiche (III-V), loro classificazione secondo i pitagorici e secondo i platonici (VI), principi e teoremi comuni (VII), considerazioni metodologiche e didattiche (VIII), classificazione dei principi e delle proposizioni dimostrabili (IX-XIII)[26]. Le ultime sette proposizioni (VII-

[26] Diamo gli enunziati delle tredici proposizioni, segnando in parentesi il capitolo o i capitoli dei *Mathematica* del *Volumen II mathematicum*: I. Rerum et scientiarum divisionem proponere (I. *Quaenam et qualis sit universalis illa disciplina mathematica*). - II. Definitionem, nomen, subiecta, opus et potentias mathematicae explicare (I.). - III. Scientiarum mathematicarum utilitatem commemorare. - IV. Obiectiones contra utilitates mathematicae refellere. - V. Notas mathematici et commune vinculum mathematicarum scientiarum investigare (III. *Quinam et sit et appelletur mathematicus*. - I.). - VI. Divisionem disciplinarum mathematicarum specialem adferre (II. *De scientiis mathematicis*). - VII. Universalia principia et theoremata mathematicarum scientiarum explicare (I.). - VIII. Quaenam a dialecticis mathematicus petat: quae oeconomia in tradendis disciplinis: quodve orationis genus mathematicorum sit docere - IX. Elementa et eorum institutionem tradere (V. *De elementis et eorum institutione*). - X. Principiorum varietatem et naturam exponere (VI. *De divisione principiorum*). - XI. Propositionum quae principia sequuntur differentias explicare (VII. *De propositionibus quae principia sequuntur*). - XII. Problematum et theorematum partes docere (VIII. *Quaenam sint quaestiones et quae sunt earum propositionum quae principia sequuntur partes vel capita*. - IX. *Quae et quales sint differentiae propositionum earum quae principia sequuntur*). - XIII. Ea quae propositionibus mathematicis annexa sunt breviter explicare (X. *De lemmate, casu, porismate, instantia et reductione* - XI. *De conversione et reductione ad impossibile*). Rileviamo innanzi tutto un diverso ordine nella disposizione degli argomenti quanto alle prime sei proposizioni. Inoltre alcuni temi svolti nei *Mathematica* (IV cap.) non trovano riscontro nella *Protheoria mathematica*, e viceversa (proposizioni III, IV, VIII). Il I cap. dei *Mathematica* viene smembrato nelle proposizioni I, II

XIII) assumono rispetto alle altre una maggiore coesione espositiva in virtù dello stesso impianto dichiarato all'inizio del commento alla VII proposizione [27].

Dopo la classificazione delle discipline matematiche — dichiara l'autore in questo schema — si dovrebbe passare all'esposizione di ciascuna di esse in particolare e questo verrà fatto nelle *Institutiones atque Pandectae mathematicae*. « Nunc quae de omnibus mathematicis scientiis communi et generali contemplatione dici possunt exponemus. Nam universalis mathematica sub se quidem continet varias et multiplices scientias, specie et subiectis differentes: attamen scientiae illae ad unam aliquam communem scientiam universalem, tanquam matrem confugiunt . . . » (p. 30). Alle prime sei proposizioni segue quindi una « ⟨expositio eorum⟩ quae de omnibus mathematicis scientiis communi et generali contemplatione dici possunt », una esposizione che fa parte della *Protheoria mathematica*, ossia del proemio generale alle matematiche, ma assume una unità distinta dalle prime sei proposizioni, estendendosi dalla VII alla XIII proposizione.

Per le ragioni che si diranno più oltre noi ci limiteremo all'esame del commento alla VII propos. Notiamo senz'altro, per quanto riguarda direttamente l'argomento di cui ci occupiamo, che ci muoviamo più che mai su un terreno alquanto infido sia per le ambiguità delle espressioni, talora con trasposizione di significato, sia per la caratterizzazione imprecisa di concetti fondamentali, significati peraltro dall'uso oscillante di quelle espressioni. Questo è dovuto principalmente alla forma ibrida redazionale

e VII; ma nell'enunziato di quest'ultima, che più direttamente gli si collega, non figura una espressione che faccia riscontro a 'universalis illa disciplina mathematica' del titolo del capitolo. Da notare in ultimo la compatta rispondenza tra i capitoli V-XI e le proposizioni IX-XIII.

[27] In *Appendice I*, dopo la silloge del *Volumen II mathematicum* riportiamo il testo della VII propos., premettendovi l'inizio della II propos.

in cui la stesura diretta dell'autore si mescola con il testo desunto da Proclo.

La 'universalis mathematica' non può intendersi se non nell'accezione in cui Dasipodio usava l'espressione 'universalis mathesis' nello scolio dell'*Elementum I* [28] ossia come un tutto unitario, come *mathesis universa*, tanto più che le viene contrapposta 'una aliqua communis scientia universalis', cui si riportano appunto le singole scienze in essa contenute. Da notare inoltre che Dasipodio in questo passo applica alla 'universalis mathematica' una attribuzione — « continet varias et multiplices scientias . . . » — che Proclo assegna alla 'unica atque sola scientia', come risulta nei brani procliani utilizzati nella silloge del *Volumen II mathematicum* e in questo commento alla VII propos.

Ritorniamo indietro nella lettura della *Protheoria mathematica*. All'inizio del commento alla II propos. si ha una prima descrizione della 'universalis mathematica', ma in un contesto doppiamente ambiguo. Dasipodio si riporta in primo luogo a Proclo e gli attribuisce un'affermazione che in effetti ricalca la frase centrale della silloge (III brano), in cui — come si è detto — si utilizzano sì due frasi procliane, ma in una formulazione integrata. « Proclus itaque universalem mathematicam definit his verbis. Est, inquit, universalis quaedam scientia mathematica, quae simul omnes mathematicas scientias comprehendit, quaeve prior omnibus cum sit, merito caeteras antecedit disciplinas, eisque principia sua suppeditat: circa quam etiam reliquae subsistunt ad eamque omnes referuntur ». È chiaro che questa volta 'universalis mathematica' si identifica con 'universalis quaedam scientia mathematica' e non ha una accezione estensiva come nel passo precedente. Comunque, sia l'una che l'altra espressione non è di Proclo, pur essendo procliana l'attribuzione predicativa. A questo raccordo procliano segue una pretesa descrizione della 'universalis scientia mathematica' da parte di Anatolio in una

[28] V. sopra, p. 74.

citazione che si riferisce invece alla matematica in generale: nei pochi frammenti che ci restano delle *Arithmeticae institutiones* del dotto alessandrino non vi è alcuna traccia di una disciplina matematica universale e si legittima il sospetto che abbinando le due citazioni, di Proclo e di Anatolio, Dasipodio equivochi tra *mathesis universa* e *mathesis universalis* [29].

Riprendiamo lo schema iniziale della VII propos. La descrizione della 'communis scientia universalis', che viene ad identificarsi con la 'universalis scientia mathematica', risulta rispetto alla precedente e allo stesso III brano della silloge più ampia di rilievi: « scientiae illae — specie et subiectis differentes — ad unam aliquam communem scientiam universalem, tanquam matrem confugiunt: et ab ea sua communia principia, accidentia et theoremata et alia huius generis petunt ». Nell'espressione che ricorre in questa descrizione scompare il termine 'mathematica' e alla qualifica aggettivale 'universalis' si unisce quella di 'communis', « unam aliquam communem scientiam . . . », che sottolinea la κοινωνία materiale di tutte le discipline che mettono capo alla scienza universale: « communia principia, accidentia et theoremata et alia huius generis ». La previa conoscenza di questo contenuto comune facilita la comprensione delle sue determinazioni concrete: « singula in singulis scientiis specialibus faciliori et expeditiori via atque ratione percipiuntur. Itaque prius communia illa sunt explicanda: quae nimirum in his disciplinis communi et generali contemplatione consideramus, non quia numeris, quatenus numeri . . . sed quatenus omnibus rebus mathematicis aliisque communiter attribuuntur » (pp. 30-31).

Quali sono propriamente queste attribuzioni comuni da prendere in esame in una considerazione comune e generale, « de quibus omnibus antequam ad speciales scientias accedamus dicendum erit »? Dasipodio le presenta in questa successione: « Sunt itaque primum [1.] universalia principia et theoremata, per

[29] V. *Appendice I*, p. 200.

omnes mathematicas disciplinas diffusa. Deinde [2.] methodus et ordo, aliaque a dialecticis petita. Tum [3.] docendi ratio per propositiones, quae in principia et ea quae principia sequuntur dividuntur. Denique [4.] ea quae propositionibus solent annecti » (p. 32; *la numerazione in parentesi quadre è nostra*). Il gruppo [1.] viene esposto nel seguito di questo commento alla VII propos.; gli altri nei successivi commenti, fino all'ultima proposizione inclusa. Se esaminiamo comparativamente il primo da una parte con i gruppi [2.-4.] dall'altra, notiamo questa sostanziale differenza: il primo insiste su contenuti obiettivi della matematica, ossia sui principi e sui teoremi comuni; negli altri si svolgono aspetti formali, poniamo cosa deve intendersi per teorema, come esso si distingue dal problema, quale è la classificazione interna dei teoremi e dei problemi, ecc. Questo dislivello di diversi aspetti di considerazione segna all'interno della 'communis et generalis contemplatio' della *Protheoria mathematica* una frattura, che diventa più consistente per la sorprendente evasione che si afferma alla fine del commento in esame.

La parte di questo commento dedicata agli « universalia principia et theoremata, per omnes mathematicas disciplinas diffusa » si può suddividere in tre membri (in *Appendice I* vengono da noi contraddistinti con i primi tre numeri romani). Nel I si espongono i due principi comuni, il finito e l'infinito, nel contesto del IV brano della silloge del *Volumen II mathematicum*, ma se ne restringe più marcatamente l'applicazione « in scientiis mathematicis », in particolare all'aritmetica e alla geometria. Il II membro, sui 'communia theoremata', è la trascrizione quasi integrale del suddetto IV brano della silloge nella parte relativa all'enumerazione dei teoremi comuni, senza il capoverso « Atqui pulchritudo quoque et ordo communis . . . » — in considerazione del fatto che l'argomento del metodo viene toccato nel commento alla VIII propos. — e senza il richiamo conclusivo alla *Repubblica* sul 'numero platonico'. Ma il fatto più notevole è l'omissione di tutte le considerazioni che nel brano della silloge si svolgono sulla 'natura

communis' che sottende i 'communia theoremata' e sulla scienza che se ne dovrebbe occupare. Queste considerazioni sembrano sostituite dal terzo ed ultimo membro del commento, in cui l'autore si esprime direttamente.

« Sciendum autem est metaphysicum quidem communia haec principia, communiaque accidentia, et communes adfectiones contemplari ». Intende Dasipodio con questo richiamarsi al metafisico caratterizzare con maggior precisione la considerazione dei principi e dei teoremi comuni, enumerati e sommariamente descritti in precedenza, sottrarla al campo specifico delle matematiche e riportarla al livello più universale della metafisica o scienza dell'ente, in cui viene assorbita nel *Commento* procliano? Ovvero semplicemente il loro aspetto più universale che trascende le specificazioni concrete delle singole scienze matematiche?

La prima interpretazione trova appoggio almeno in un breve inciso di questo commento. Dasipodio afferma che le attribuzioni comuni — « communia illa . . . explicanda communi et generali contemplatione » — sono da considerarsi in quanto competono « omnibus rebus mathematicis aliisque communiter »: con l'aggiunta di 'aliisque', ossia ad enti non matematici, l'ambito dei soggetti della κοινωνία si slarga, diventa generico, trascende i limiti specifici della matematica e contrassegna diversamente l'ordine di considerazioni che se ne occupa. Si aggiunga l'omissione di 'mathematica' nella espressione di 'una aliqua communis scientia universalis'.

Alla seconda interpretazione sembra invece rispondere meglio il seguito redazionale o chiusura del commento: dato il carattere 'metafisico' o trascendente delle attribuzioni comuni è più agevole e perspicuo considerare queste ed esaminarle in concreto nelle singole discipline: « sciendum est . . . melius tamen in propriis particularium scientiarum subiectis, quibus haec communia insunt atque conveniunt, et plenius perspicaciasque cognosci posse. Id

quod in Institutionibus et Pandectis mathematicis apparebit » (p. 33).

Nell'una e nell'altra interpretazione — noi propendiamo per la prima — la risultanza conclusiva è che, si ritenga spettante *de iure* o meno alla matematica la considerazione dei principi e dei teoremi comuni, Dasipodio si sottrae al compito di offrirne una trattazione, e per questo gruppo dei contenuti obiettivi si può senz'altro passare ormai all'esposizione delle singole scienze matematiche delle *Institutiones*, già dichiarata all'inizio del commento. E nelle *Institutiones* di cui si pubblica il I volume non figura una prima sezione dedicata alla 'universalis scientia mathematica', o meglio 'communis scientia universalis', premessa a tutte le altre, disciplina che del resto non appariva nelle due classificazioni delle scienze matematiche nel commento alla VI propos.

Nel seguito della « ⟨expositio eorum⟩ quae de omnibus mathematicis scientiis communi et generali contemplatione dici possunt », che forma il contenuto delle proposizioni VIII-XIII non ricorre più alcun accenno diretto alla 'communis scientia universalis', e il discorso prosegue avendo come termine di riferimento la matematica come tutto, significata con le espressioni 'disciplinae mathematicae', 'scientiae mathematicae', 'mathematica'. Dal punto di vista redazionale prevale la forma sillogica, per il largo uso di brani desunti dal III libro del *Commento* di Proclo. Gli argomenti, come si è già detto, sono di carattere formale e pertinenti ad un discorso preliminare alle discipline matematiche in conformità allo stesso titolo dell'opuscolo, *Protheoria mathematica*, e come tale interessano piuttosto un altro capitolo della storia delle forme letterarie della matematica.

Nell'arco della produzione letteraria di Dasipodio, dall'*Elementum I* del 1564 alla *Protheoria mathematica* del 1593 il rilievo di una disciplina che faccia riscontro alla *mathesis univer-*

salis rimane sempre nell'ambito dell'interpretazione di un unico testo classico, il *Commento al I libro degli Elementi* di Proclo, mutuando dalla polivalenza delle considerazioni una caratterizzazione ambigua ed oscillante nell'involucro mutevole di espressioni come 'universalis mathematica cognitio et doctrina', 'universalis μαθηματική', 'universalis disciplina mathematica', 'universalis mathematica scientia', 'communis scientia universalis'. Se nel corso delle sue considerazioni sugli aspetti comuni delle discipline matematiche Dasipodio ha avuto consapevolezza di un nucleo dottrinale specifico nell'ambito delle matematiche che legittimasse una scienza prima tra le altre e distinta nel suo oggetto e nei suoi principi, questo non risulta documentato inequivocabilmente nelle sue opere. La *Protheoria mathematica* che con il I volume delle *Institutiones mathematicae* chiude la sua produzione letteraria offre una notevole introduzione alla matematica ed è senz'altro pregevole da questo punto di vista. Ma per quanto riguarda la storia della *mathesis universalis* sembra rientrare in una corrente di pensiero che ne attenua, se non nega, il carattere specifico, non tanto nel senso 'dialettico' o 'logico' inteso da Ramo, quanto in quello 'metafisico', l'uno e l'altro giustificabili dai due punti di vista in cui viene svolto nel *Commento* procliano il rapporto delle discipline matematiche con la dialettica o con la scienza dell'ente.

È da escludere comunque che Dasipodio identifichi senz'altro la scienza cui allude con la metafisica. Non si spiegherebbe l'insistente uso del dimostrativo indefinito nelle diverse espressioni, come in quest'ultima di 'una aliqua communis scientia universalis'. Supponiamo invece molto probabile che nell'ordine delle considerazioni pertinenti alla metafisica in generale riconoscesse una sezione dedicata a principi e teoremi comuni alle scienze, ma che trovano maggiore o principale applicazione nelle matematiche: ciò potrebbe spiegare la presenza del termine 'mathematica' in alcune espressioni.

Questa posizione problematica di Dasipodio sembra in qualche modo riflettersi nell'atteggiamento dell'unico autore da noi incontrato che si richiami a lui, J. H. Alsted. Nella *Methodus admirandorum mathematicorum* (1613) questi delinea un progetto di 'mathematica generalis', in accezione specifica come disciplina distinta nell'ambito delle scienze matematiche, e utilizza il testo stesso della *Protheoria mathematica* in alcuni passi dei commenti alle proposizioni VII-XIII. Nelle due edizioni della *Encyclopaedia* del 1620 e del 1630 non si ha più traccia di questa disciplina distinta, se non nei testi che ne formavano l'esposizione e che ora vengono dispersi ed inseriti nella trattazione di vari argomenti. Noi pensiamo che uno dei motivi principali che abbia determinato questo cambiamento in Alsted sia stata una lettura più attenta della *Protheoria mathematica* di Dasipodio, già utilizzata con altri intendimenti.

IV

La 'scientia mathematica communis' in analogia alla 'prima philosophia' secondo B. Pereira

A B. Pereira e al suo manuale di filosofia naturale, *De communibus omnium rerum naturalium principiis* [1], largamente diffuso soprattutto negli ultimi decenni del sec. XVI, si richiamano come vedremo A. van Roomen a conferma della 'prima mathesis' che progetta nell'*Apologia pro Archimede* del 1597 e più tardi J. H. Alsted nella *Methodus admirandorum mathematicorum* del 1613.

Il I libro del manuale, dal titolo *De philosophia*, tratta di questioni preliminari sulla divisione della filosofia in speculativa e pratica, di quella speculativa in metafisica, matematica e fisica. Nel XVII cap. si discute la questione « quae illarum trium scientiarum sit prima » (p. 33), che riassumeremo brevemente per meglio puntualizzare il testo conclusivo sulla 'scientia mathematica communis'. L'esame viene condotto dal duplice punto di

[1] Benito Pereira [Pereyra, Perera, Pererius] (Ruzafa, presso Valenza, 1535 - Roma 6 marzo 1610) entrò nella Compagnia di Gesù nel 1552, proseguì gli studi a Roma e vi insegnò retorica, filosofia e teologia. Il suo manuale, *De communibus omnium rerum naturalium principiis et affectionibus libri quindecim* (Romae apud Franciscum Zanettum et Bartholomaeum Tosium socios 1576), rielaborazione dei *Physicorum sive de principiis rerum naturalium libri XV* apparsi a Roma nel 1562, ebbe negli ultimi decenni del secolo numerose edizioni, a Parigi (1579, 1586), Roma (1585), Lione (1585, 1588), Venezia (1586, 1591), Colonia (1595, 1603, 1618). Cfr. SOMMERVOGEL-BACKER-BRIARD, *Bibliothèques des écrivains de la Compagnie de Jésus*, t. VI, pp. 499-507. Citiamo dalla I ed. del 1576.

vista, *secundum naturam* e *secundum nos*, secondo l'ordine naturale delle realtà di cui rispettivamente la metafisica, la matematica e la fisica trattano e secondo l'ordine e il grado di facilità con cui le apprendiamo.

La metafisica *secundum naturam* viene prima delle altre due, in quanto tratta « de praedicatis caussisque omnium primis et generalissimis, hoc est de trascendentibus et intelligentiis », per cui le compete la denominazione di 'prima philosophia'; ma *secundum nos* viene dopo ogni altra scienza, dato che la mente umana perviene alla conoscenza delle realtà immateriali — « propter summam earum difficultatem et remotionem a sensibus nostris » — solo attraverso la conoscenza della realtà sensibile e meno astratta dalla materia e con l'ausilio delle altre scienze.

Quanto alla priorità tra discipline matematiche e fisica, le prime *secundum nos* precedono la fisica, perché i principi matematici sono noti *per se et secundum nos* e non han bisogno di lunga esperienza, al contrario dei principi fisici, per essere colti. « Hac etiam de caussa absolute appellantur disciplinae, quoniam facillimae sunt ad discendum, licet aliam caussam ponat ex Platone Proclus in I. super Euclidem »[2]. E con estrema facilità, almeno le discipline 'pure', l'aritmetica e la geometria, vengono apprese perfino « a pueris et rudibus aliarum disciplinarum ». Sembrano inoltre precedere la fisica anche *secundum naturam*, poiché le matematiche hanno come oggetto la quantità come tale, mentre la fisica considera l'ente mobile e sensibile, già determinato dalla quantità; la fisica quindi presuppone nel suo oggetto la quantità e viene dopo le discipline matematiche.

Ma in contrasto con l'asserita priorità delle matematiche sulla fisica sembrano due passi della *Metafisica* aristotelica (VI [E], 1, 1026 a 18-32; VII [Z], 11, 1037 a 10-17), da cui risulta che

[2] La matematica più che ogni altra scienza verifica il concetto di anamnesi e come tale rivendica per prima la denominazione di μάθησις. V. *Appendice I*, p. 194 sgg.

la fisica come più prossima alla metafisica nel caso ipotetico in cui non si dessero sostanze immateriali verrebbe ad essere 'prima philosophia'. L'interpretazione proposta da alcuni scotisti che porterebbe alla negazione della metafisica non è accettabile per Pereira, che intende invece i brani aristotelici in un senso che salva la metafisica e precisa meglio il rapporto di priorità fra le altre due scienze speculative. « Sublatis . . . intelligentiis omnique substantia incorporea et immobili, tunc non esset alia substantia, quam naturalis ». La fisica risulterebbe allora filosofia prima, « prima dignitate atque praestantia, quoniam sola ageret de substantia, quae praestantior est accidentibus », ma non prima *secundum nos*. Anche *secundum naturam* « quodammodo prima esse et dici posset ». Per non esservi infatti altra sostanza che quella naturale, nell'occuparsi di questa dovrebbe anche toccare il problema della natura della sostanza in quanto tale. Inoltre includerebbe nella sua trattazione come sua parte quella scienza che per avere come oggetto i predicati comuni a tutti gli enti sia naturali che matematici — « ut ens, verum, accidens, prius et posterius, totum et pars, idem, diversum et alia permulta his similia » — di per sé non spetta né alla fisica né alle discipline matematiche, ma risulta nel suo contenuto di ben limitate dimensioni per essere trattata a parte e mantenuta distinta dalle altre due.

Per chiarire questo aspetto dello statuto ipotetico della fisica « sublatis intelligentiis », Pereira si richiama alla situazione di fatto che riscontra nel campo delle discipline matematiche. « Quemadmodum non est dubium quin sit aliqua scientia mathematica communis, quae debeat speculari affectiones communes magnitudini et numero, quae tamen scientia a mathematicis non numeratur distincta a geometria et arithmetica » (p. 37).

Il 'non numeratur distincta' dà adito a più di una interpretazione, e la brevità e concisione del testo non consente di determinare quale sia la più accettabile: può intendersi nel senso che gli argomenti relativi alle 'affectiones communes' non vengono

considerati e trattati nel loro aspetto universale e comune, ma nelle concrete determinazioni dell'aritmetica e della geometria; oppure che la loro trattazione svolta sotto l'aspetto universale non viene presentata in forma autonoma come di una disciplina a sé, ma incorporata redazionalmente o premessa ad una delle due discipline; oppure che nelle classificazioni delle discipline matematiche che ricorrono nei manuali non figura una 'scientia mathematica communis'. Quanto a quest'ultima interpretazione, rileviamo che la prima menzione da noi incontrata della *mathesis universalis* nelle classificazioni è di molto posteriore al manuale del Pereira, ossia nella *Universae mathesis idea* di van Roomen del 1602. Resta comunque fuori di ogni dubbio che Pereira distingue *de iure* la 'scientia mathematica communis' dall'aritmetica e dalla geometria nel campo delle matematiche.

Per meglio chiarire il contenuto di questa disciplina e quale sia il termine cui possano riferirsi le 'affectiones communes' converrà spigolare qualche altra indicazione nel X libro del manuale, sulla 'quantitas', primo tra gli accidenti della sostanza naturale « non solum quia coaeva est materiae primae, per se nec generabilis nec corruptibilis, sed etiam quod proxime inhaeret materiae, quae nisi affecta sit quantitate, caeterorum accidentium nullum poterit accipere » (p. 325). Della quantità si tratta successivamente nei suoi tre aspetti, metafisico, matematico e fisico. Il secondo aspetto, che più direttamente tocca il nostro argomento, porta sulla natura dell'astrazione matematica, a riguardo della quale si pone la dibattuta questione se la quantità quale viene considerata dal matematico è astratta da ogni sostanza, quindi anche da quella intelligibile, o solo da quella sensibile [3]. Quest'ultima opinione è condivisa in particolare da Alberto Magno, Tommaso d'Aquino [4] e da Egidio Romano; la prima invece

[3] V. X libro, XVII cap., pp. 348-349.

[4] Riportiamo dallo stesso Pereira il brano di Tommaso d'Aquino (*S. th.*, I q. 85 a. 1 ad 2.), che chiarifica i termini della questione: « Materia sensibilis dicitur materia corporalis, ut subiacet qualitatibus sensibilibus: materia vero intelligibilis dicitur substantia secundum quod subiacet tantum quantitati: manifestum est autem, quod quantitas prius inest substantiae, quam qualitas sensibilis, unde quantitas potest considerari absque qualitate sensibili: quod nihil aliud est quam eam abstrahi a materia sensibili; non tamen potest considerari sine intellectu substantiae in communi, quae subiacet quantitati; quod est eam non abstrahi a materia intelligibili, potest tamen considerari sine hac, vel illa substantia, et abstrahi a materia intelligibili individuali » (p. 348).

è la tesi degli interpreti greci, Temistio, Simplicio, Filopono, e di Averroè, ed è condivisa da Pareira che sostiene di seguire nel contempo la posizione dello stesso Aristotele e di Alessandro d'Afrodisia. Pereira nel ribattere le argomentazioni in favore della tesi avversa — « nullum posterius potest abstrahi a priori cui per se subordinatur . . . quantitas cum sit accidens, tum secundum esse, quam secundum essentiam, dependet a subiecto suo quod est substantia . . . » — non nega la dipendenza della quantità dalla sostanza naturale, ma rileva che il matematico astrae da essa — « quid enim aliud est abstrahere unum ab alio, quam considerare unum non considerando aliud? » — e considera « certas quasdam affectiones quae conveniunt quantitati non in ordine ad substantiam, sed per se, vel simpliciter et absolute, vel comparatione ad aliam quantitatem » (p. 349). Ribadendo più oltre questo concetto dell'astrazione, Pereira precisa il contenuto delle proprietà comuni: « affectiones quae a mathematico demonstrantur de quantitate, non ei conveniunt in ordine ad substantiam, sed per se; ut esse divisibilem, commensurabilem, proportionabilem, aequalem, vel inaequalem » (p. 350), che in definitiva sono le proprietà comuni dei rapporti di uguaglianza e di proporzionalità che presuppongono la divisibilità e la commensurabilità.

Collegando l'accenno della 'scientia mathematica communis' con queste considerazioni sulla 'quantitas abstracta' e le sue 'affectiones', non vi è dubbio che l'espressione 'scientia mathematica communis' deve intendersi in senso specifico come scienza

pertinente al campo delle matematiche. È in questo senso del resto che il *De communibus principiis*, come vedremo, sarà citato e interpretato da van Roomen.

Pereira si richiama più volte nel suo manuale al *Commento* di Proclo, e tra le citazioni figura anche un brano del I prologo inserito da Dasipodio nella sua silloge del *Volumen II mathematicum*. Ma questa citazione non solleva alcuna riserva o perplessità: Pereira si limita più che altro, ricorrendo a Platone e a Proclo, a confermare autorevolmente la sua tesi sul grado di scientificità della matematica o delle matematiche in generale.

Nel discutere la questione « an scientia univoce dicatur necne » della metafisica, della matematica e della fisica [5], escluso che la matematica, secondo il suo punto di vista, possa dirsi *propriamente* scienza [6], Pereira sostiene che, se tale qualifica conviene univocamente alla metafisica e alla fisica, « videtur nomen scien-

[5] V. I libro, XII cap., pp. 24-26.

[6] Pereira basa la sua tesi sul fatto che il matematico « neque considerat essentiam quantitatis, neque affectiones eius tractat prout manant ex tali essentia, neque declarat eas per proprias caussas, propter quas insunt quantitati, neque conficit demonstrationes suas ex praedicatis propriis et per se, sed ex communibus et per accidens » (p. 24) e come argomento di autorità si richiama alle affermazioni di Platone nel VII libro della *Repubblica*, « dicens mathematicos somniare circa quantitatem, et in tractandis suis demonstrationibus non scientifice, sed ex quibusdam suppositionibus procedere. Quamobrem non vult doctrinam eorum appellare intelligentiam, aut scientiam sed tantum cogitationem, in quam sententiam multa scribit Proclus in I. lib. suorum commentariorum in Euclidem » (p. 24). In effetti Proclo dedica un lungo brano del I prologo all'esame del pensiero di Platone sul carattere scientifico delle matematiche (v. ed. Friedlein, pp. 29,14-32,20, che nella versione di Barozzi risponde al X cap. del I libro con il titolo *Alia quorundam Platonicorum contra mathematicarum utilitatem obiectio, eiusque solutio*), ma per confutare o rettificare l'interpretazione negativa che ne danno alcuni suoi seguaci: secondo Proclo, Platone non nega affatto alla matematica la qualifica di scienza, soltanto la ritiene inferiore alla scienza prima e per così dire imperfetta rispetto a quest'ultima, in quanto ne riceve i principi che non dimostra.

tiae praecipue tribuendum esse metaphysicae ». E dopo le argomentazioni di ragione, ricorrendo alle conferme autorevoli cita il lungo brano del VII libro della *Repubblica*, in cui la 'dialectica' (e Pereira precisa: « intelligit Plato autem primam philosophiam ») è detta costituire il vertice di tutte le scienze, e subito dopo riporta il brano del *Commento* procliano sulla scienza dell'ente come « omnium scientiarum capacissima » [7], brano cui si richiama nuovamente trattando nel capitolo successivo della subalternazione delle scienze alla metafisica.

[7] V. *Appendice I*, p. 182 sgg.

V

Il progetto della 'prima mathesis' nell'*Apologia pro Archimede* di A. van Roomen (1597)

Chiamato a succedere a Giusto Lipsio nell'università di Leida, Giuseppe Giusto Scaligero [1] con la pubblicazione nel 1594 dei *Cyclometrica elementa duo* [2], un'opera già iniziata da anni, volle ringraziare a distanza di un anno dal suo arrivo nella città olandese gli Stati Generali per la nomina accademica e nello stesso tempo dare prova concreta della sua vasta erudizione e delle sue possibilità anche in campo matematico, affrontando un problema, quello della quadratura del cerchio, che aveva resistito

[1] Cfr. G. COHEN, *Ecrivains français en Hollande*, Parigi 1920, pp. 192-206.

[2] IOSEPHI SCALIGERI *Iul. Caes. F. Cyclometrica elementa duo*, Lugduni Batavorum ex officina Plantiniana apud Franciscum Raphelengium 1594. Non sappiamo su quali basi Montucla (*Histoire de la quadrature du cercle*, cap. 5, § 7; e poi *Histoire des mathématiques*: v. più oltre, n. 7) affermi che l'opera sia apparsa a Parigi nel 1592, indicazione poi ripresa da qualche storico dello Scaligero (come CH. NISARD, *Le triumvirat littéraire au XVIe siècle: Juste Lipse, Joseph Scaliger et Isaac Casaubon*, Parigi 1852). I *Cyclometrica*, preceduti dall'epistola dedicatoria « Illustribus ... Hollandiae, Westfrisiae et Zeelandiae Ordinibus » e dai *Prolegomena* sull'impostazione del problema e le sue principali vicende storiche, si dividono in due parti secondo i due problemi fondamentali che Scaligero ravvisa nella quadratura del cerchio: I. Κυκλομετρικὸν στοιχεῖον Α, τὸ καὶ Κυκλοπερμετρικόν. *Cyclometricum elementum prius, quod et cycloperimetricon dicitur, sive de ambitu circuli* (pp. 17-67). II. Κυκλομετρικὸν στοιχεῖον Β, τὸ καὶ Κυκλοδυναμικόν. *Cyclometricum elementum posterius, quod et cyclodynamicon, sive de potentia circuli dicitur* (pp. 68-122).

per secoli ai rinnovati tentativi dei più eletti ingegni matematici. Scaligero presumeva di aver finalmente risolto il problema 'scientificamente', e nel contempo stigmatizzava i procedimenti 'paralogistici' seguiti da Archimede nell'opuscolo *De mensura circuli*.

Esemplari dell'opera furono inviati ad amici, matematici, esponenti del mondo della cultura, come I. Casaubon, Cl. Du Puy, Henri de Monantheuil, professore di matematica al Collegio reale di Parigi, Fr. Viète [3]. Se non mancarono voci di consenso, di gran lunga superiori furono le critiche negative [4] sia per l'atteggiamento irriguardoso dell'autore nei confronti dei matematici antichi e moderni che si erano occupati del problema, sia per le gravi manchevolezze dell'opera stessa. Convinto della validità 'scientifica' delle sue dimostrazioni, Scaligero in un primo momento attribuì le critiche all'invidia e alla malignità dei suoi avversari,

[3] Cfr. *Lettres françaises inédites de Joseph Scaliger* publiées et annotées par Ph. Tamizey de Larroque, Agen-Parigi 1879, pp. 303-304, 305, 344.

[4] Anche un suo amico, Ph. Du Plessis-Mornay, ebbe a deplorarne il tono sprezzante e la spregiudicatezza nell'affrontare un problema così arduo, scrivendo all'ambasciatore francese in Olanda, Paul Choart de Buzenval: «... vous avés faict tort à votre nation de laisser sortir la prétendue quadrature de M. de La Scala. *In magnis vel errare laudabile*; mais non certes avec tant de confiance de soi, tant de mespris des anciens et des modernes. Je crains la prochaine foire de Francfort pour lui; et aimerois mieulx m'amender qu'attendre les censures» (lett. del 28 settembre 1594, citata da Tamizey in *Lettres françaises inédites* ... p. 303 n.). La fiera libraria di Francoforte, celebrata da H. Estienne in *Francofordiense Emporium* del 1574 come l'Accademia delle Muse in forma di fiera («nundinalis Musarum Academia»), con le sue due edizioni annuali, *nundinae vernales* e *autumnales*, quale centro di incontri tra editori, librai ed esponenti dei vari campi del sapere per aggiornare l'informazione sulle pubblicazioni recenti e gli interessi culturali del momento, veniva ad essere anche una specie di tribunale dinanzi al quale un autore vedeva sottoposta la sua opera, che oltre a provocare giudizi ed apprezzamenti immediati poteva occasionare il progetto di altre opere, di commento o critica, che sarebbero apparse in una successiva edizione della fiera. Scaligero spesse volte nella corrispondenza si richiama alla fiera di Francoforte, alludendo alle eventuali critiche malevole contro uno scritto che sta per dare alle stampe.

ma con l'aumentare delle contestazioni sempre più concrete e puntualizzate, tentò di rimediare pubblicando sulla fine dell'anno una breve *Appendix ad Cyclometrica* [5], riconoscendo nell'indirizzo preliminare *Candido lectori* di aver preso qualche abbaglio, che non toccava però la sostanza del lavoro. Col tempo tuttavia dovette rendersi conto dell'inconsistenza del suo tentativo, se rinunziò definitivamente al progetto di un rifacimento dei *Cyclometrica* su un impianto rigorosamente dimostrativo: l'opera che era nata per dimostrare la sua eccezionale versatilità ed acume, restò fino alla morte dell'autore un documento sempre disponibile ai suoi avversari [6] per mortificare il suo orgoglio e vendicarsi del suo stesso temperamento inesorabilmente sarcastico [7].

[5] Iosephi Scaligeri *Iul. Caes. F. Appendix ad Cyclometrica sua: In qua asseritur Quadratio circuli, contra oblatrationes quorundam, et castigantur quaedam errata in demonstrationibus cyclometricis*, Lugduni Batavorum ex officina Plantiniana apud Franciscum Raphelengium 1594.

[6] Più oltre (n. 9) riportiamo un brano dall'opera satirica *Scaliger hypobolimaeus* di K. Schoppe del 1607. Nell'anno stesso della morte di Scaligero, il 1609, uscirà la confutazione dei *Cyclometrica* di Clavio. Che ancora negli ultimi anni della sua vita lo amareggiassero il ricordo del suo scritto e le avversioni subite se ne ha una testimonianza in un episodio di Peiresc. Nel 1606 questi di ritorno dal viaggio in Inghilterra si era fermato in Olanda per incontrarsi con «eruditi viri», e principalmente con Scaligero. Nel fargli visita «unum de quo Peireskius avebat interrogare Scaligerum, et non est tamen unquam ausus, ne rem molestam faceret, fuit opus illud Cyclometricum, seu de Circuli quadratura ante duodecim annos in lucem emissum, ac statim a Francisco Vieta, Adriano Romano (postea quoque a Christophoro Clavio, hominum Societatis Jesu γεωμετρικοτάτῳ) aliisque in eo pulvere exercitatissimis erroris convinctum. Nimirum non posse illi eam camarinam sine quadam bile moveri» (P. Gassendi, *N. Cl. Fabritii De Peiresc vita*, Parisiis 1641, p. 92).

[7] Riportiamo il giudizio critico-storico di Montucla sui *Cyclometrica* e il loro autore: «Plein d'amour propre, il [*J. Scaliger*] pensa qu'il n'avoit qu'à se présenter dans la carrière géométrique, et que ce qui avoit été jusques-là l'écueil des géomètres ne résisteroit pas à un littérateur de sa force. Il chercha donc la quadrature du cercle, et mit au jour, avec beaucoup de jactance, le résultat de ses méditations sur ce sujet dans un livre

Sul ravvedimento di Scaligero influì in larga misura l'intervento di un noto matematico belga, Adriaan van Roomen [8], che un anno prima della pubblicazione dei *Cyclometrica* da Lovanio era stato chiamato ad insegnare medicina e matematica all'università di Würzburg. Van Roomen gli aveva fatto conoscere il suo giudizio negativo tramite l'editore Raphelengius, ma Scaligero rispondendogli direttamente sulla fine di marzo del 1595 dimostrava di persistere nelle sue posizioni errate e soprattutto nel suo atteggiamento ostile ed ipercritico contro Archimede. Fu questo il motivo principale che indusse il matematico belga a mettere dettagliatamente per iscritto le sue critiche e a pubblicarle, impedendo che la riconosciuta autorità del filologo francese (« quae sane in rebus humanioribus quam maxima est ») avallasse i suoi errori e il discredito per l'insigne matematico siracusano. L'opera di van Roomen usciva nel 1597 in forma miscellanea

qui parut en 1592: *Nova cyclometria*; mais il n'eut pas lieu de se louer d'avoir ainsi voulu prendre rang parmi les géomètres. Car il fut réfuté par Clavius, par Viète, par Adrianus Romanus, par Christman, etc. qui firent voir chacun à sa manière, que la grandeur qu'il assignoit à la circonférence du cercle étoit seulement un peu moindre que le polygone inscrit de 192 côtés; ce qui étant absurde montroit le faux du raisonnement de Scaliger...» (*Histoire des mathématiques*, t. IV, 1802, *Supplémens: quadrature du cercle*, pp. 624-625). Cfr. anche M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Lipsia, vol. II, 1913, pp. 596-597.

[8] Adriaan van Roomen [Adrianus Romanus], nato a Lovanio il 29 novembre 1561, fece gli studi nella città natale e a Colonia, nel collegio dei gesuiti, dove anche insegnò filosofia e matematica. Dal 1586 al 1593 professò all'università di Lovanio, ricoprendovi la carica di rettore nel 1592. Nel 1593 fu chiamato ad occupare la cattedra di medicina e matematica all'accademia di Würzburg, eretta nel 1582 con il benestare dell'imperatore Rodolfo II dal vescovo-principe Julius Echter, duca di Franconia. Nel 1607 rinunziò all'insegnamento per il canonicato, interrompendo il soggiorno a Würzburg con qualche viaggio a Lovanio e nel 1610-11 in Polonia, Boemia e Ungheria. Si spense a Magonza il 4 maggio 1615. Cfr. A. Roland, *Adrien Romanus premier professeur à la Faculté de médecine de Wurzbourg*, Bruxelles 1867; J.-P. Weber, *La constitution du texte des Regulae*, Parigi 1964, pp. 247-249.

(alcuni scritti erano stati composti « aetate iuvenili »), ma di contenuto omogeneo, mirando a stabilire l'esatta interpretazione dell'opuscolo archimedeo e a confutare i suoi più recenti denigratori, con il titolo *In Archimedis Circuli dimensionem expositio et analysis* [9] . . . e divisa in tre parti:

I. Ἀρχιμήδους Κύκλου μέτρησις, *Archimedis circuli dimensio* (pp. 1-18). Dopo una breve introduzione in cui per completare

[9] *In Archimedis Circuli dimensionem expositio et analysis. Apologia pro Archimede ad clariss. virum Iosephum Scaligerum. Exercitationes cyclicae contra Iosephum Scaligerum, Orontium Finaeum et Raymarum Ursum in decem Dialogos distinctae. Authore Adriano Romano Equite Aurato, Matheseon Excellentissimo Professore in Academia Wurceburgensi*, Wurceburgi anno 1597. L'opera contrariamente a quanto è indicato nel frontespizio uscì non a Würzburg, ma a Ginevra (V. la lettera di J. Esprinchard a Scaligero del 25 marzo « selon le vieil style » 1597 in *Epitres françoises des personnages illustres et doctes à Mons. Ioseph Iuste De La Scala*, mises en lumiere par Iacques de Reves, Harderwyck 1624, pp. 73-74. Cfr. inoltre J. Cless, *Unius saeculi . . . ab anno Dom. 1500 ad 1602 . . . elenchus consummatissimus librorum . . .*, Francofurti 1602, a p. 411: « Adriani Romani Expositio in Archimedis circuli dimensionem . . . Geneue 1597. in fol. ». Tuttavia l'opera di van Roomen non è menzionata in P. Chaix-A. Dufour-G. Moeckli, *Les livres imprimés à Genève de 1550 à 1600*, Genève 1966²). Venne dedicata dall'autore all'imperatore Rodolfo II, legato peraltro alla vicenda dei *Cyclometrica* per un episodio riportato dall'acerrimo nemico di Scaligero Kaspar Schoppe (Scioppius) nella sua lunga opera satirica, *Scaliger hypobolimaeus* (Maguntiae apud Johannem Albinum 1607), in cui prende a confutare tra l'ironia e il sarcasmo frase per frase l'epistola *De vetustate et splendore gentis Scaligerae*. Relativamente alla frase di Scaligero: « Regibus, Principibus et proceribus noti sumus » Schoppe commenta: « *Qui, quales, quanti* sunt isti Reges, quibus vos, Illustrissime Domine, noti estis? . . . Quod tu, puto, adhuc nescis, narro tibi. Ipse etiam te Romanus Imperator Rudolphus novit. Cum enim primum Cyclometrica tua ad Maiestatem ipsius allata essent, avide, ea legere caepit: sed mox ut legendo inscitiam et audaciam tuam deprehendit, abiecto libro, merito te labore, cui impar esses, supersedere debuisse censuit. quare cum librum hunc deinceps recudendum curabis, bono meo periculo hic scribes: *Caesaribus, Regibus, Principibus et proceribus*, hoc est, *Grammaticis et Paedagogis noti sumus* » (pp. 287-289).

l'esposizione dell'argomento secondo il metodo euclideo, si esplicitano le *definitiones* e gli *axiomata* principali, presupposti dalle dimostrazioni dell'opuscolo archimedeo, si dà il testo originale di quest'ultimo (secondo l'*editio princeps* di Basilea, 1544), intercalandone le parti con una propria versione latina *ad litteram*. Poi si ripropone il testo in una *paraphrasis* latina più compiuta e da ultimo si elabora sillogisticamente il procedimento dimostrativo in forma di schema ('*analysis demonstrationis*'), con aggiunta di lemmi. Questo primo scritto è diretto a rendere progressivamente più intelligibile il testo a partire dalla formulazione estremamente concisa ed ellittica dell'originale.

II. *Apologia pro Archimede ad clarissimum virum Josephum Scaligerum, Jul. Caes. filium* (pp. 19-55).

III. *Exercitationes cyclicae* in dieci dialoghi (pp. 55-112), di cui i primi quattro contro Orontius Finaeus, il quinto contro Nicolaus Raymarus Ursus Dithmarus (questi cinque dialoghi furono scritti « aetate iuvenili »), gli ultimi cinque contro Scaligero, per confutarne gli errori e confermare indirettamente la giustezza delle dimostrazioni di Archimede.

Noi ci occuperemo solo dell'*Apologia pro Archimede*, che figura come seconda parte e che indicheremo d'ora innanzi semplicemente con *Apologia*. È in questo scritto che van Roomen tratta *ex professo* della disciplina comune matematica che denomina 'mathesis universalis', o 'prima mathematica', o 'prima mathesis'.

L'obiettivo principale cui mirava l'*Apologia* era confutare il motivo di fondo su cui Scaligero basa la sua critica contro Archimede, ossia l'impiego da parte di quest'ultimo dei numeri e di procedimenti aritmetici in un problema geometrico come la quadratura del cerchio. Il presupposto logico della contestazione scaligeriana — per quanto non venga mai dichiarato — doveva essere la tesi aristotelica della 'incomunicabilità dei generi': « non si può passare nella dimostrazione da un genere ad un altro: non si può, ad es., provare una proposizione geometrica con l'aritmetica ... non si può applicare la dimostrazione aritmetica alle proprietà delle grandezze geometriche a meno che queste non si considerino dei numeri [*ossia a meno che la geometria non si consideri una scienza subalternata all'aritmetica*] ... il genere deve essere lo stesso in modo assoluto, o almeno in modo derivato [*come nelle scienze subalternate*] » (*An. post.* I 7, 75 a 38 - b 9); la trasposizione di procedimenti dimostrativi è possibile quando le scienze sono tra loro subordinate per il rapporto di « inferiore a superiore » dei loro generi, rapporto che si comunica alle rispettive proposizioni da dimostrare, come sono « le proposizioni dell'ottica rispetto alla geometria, e quelle dell'armonica rispetto all'aritmetica » (*ib.* 75 b 15-16)[10]. A questa tesi si era ripetutamente richiamato Ramo — la 'catholica Aristotelis lex' — nel depurare la 'dialectica' da ogni elemento e considerazione che riteneva spuri: « Arithmeticum in geometria ἀγεωμέτρητον · geometricum in arithmetica est ἄῤῥιθμον »[11]. Ma a questa motivazione di fondo, la cui inosservanza secondo Scaligero aveva indotto Archimede in gravi paralogismi e paradossi (si veda in particolare nella I parte dei *Cyclometrica* lo scolio alla 5ª propos., p. 30: « ... frustra per numeros Archimedes conatus est peripheriam circuli investigare in polygono permultorum laterum circulum circumscribente ... ») si aggiungeva nell'atteggiamento del filologo francese una certa predilezione per la geometria, forse motivata dal suo entusiasmo per Euclide e i suoi *Elementi*, che dichiarava di aver letto una sessantina di volte, se deve prendersi alla lettera una sua espressione[12].

[10] Cfr. ARISTOTE, *Organon, t. IV, Les seconds analytiques*, Nouvelle traduction et notes par J. Tricot, Parigi 1947, pp. 44-47.

[11] *Animadversionum aristotelicarum liber quartus in Categorias, ed. cit.*, p. 118.

[12] Più volte si scaglia contro gli 'algebristae', che contrappone ai cultori della 'divina geometria' con la guida di Euclide; quanto alla sua opera, giunge a identificare 'mon Cyclometricon' con 'mon Geometricon'. Nella lettera a Monantheuil del 25 luglio 1594 leggiamo: « ... je vous envoie un

Nel piano di confutazione dell'obiezione fondamentale di Scaligero quale si svolge nei nove capitoli dell'*Apologia* possiamo distinguere due tappe principali: rilevare da un esame storico-critico dei rapporti tra le due discipline matematiche, l'aritmetica e la geometria, una loro reciproca compatibilità che consente l'estensione, almeno parziale, dei rispettivi procedimenti dimostrativi, con prevalenza di quelli aritmetici; affermare una disciplina più universale delle due, con proprietà e procedimenti estensibili ad ogni scienza matematica particolare e che è alla base stessa dell'affermata compatibilità delle due discipline fondamentali: la *mathesis universalis*.

La prima parte della trattazione viene svolta nei capitoli I-V. Nel primo, che possiamo considerare preliminare (*Archimedem a Scaligero taxari, quod numeros assumpserit ad demonstrandam circuli dimensionem*, p. 19), van Roomen puntualizza l'obiezione di Scaligero riducendola a questa *arguendi formula*: « Conclusiones cuiuslibet scientiae per principia et media propria illius scientiae probari debent. Sed circulum aliamve figuram quadrare geometrae est, atque conclusio geometriae propria, ergo circuli quadratura, per principia geometrica probari et demonstrari

exemplaire de mon *Cyclometricon*. ... Si j'ai touché au but (et certes c'est merveille, si je ne l'ai faict), qu'il vous plaise de me défendre envers une certaine manière d'algebristes, qui ne sachant rien en Euclide, estiment pouvoir tout confuter par l'algèbre. Endurer cela, c'est faire tort à la divine geometrie. J'estime tant vostre suffisance en ce mestier, que je vous croirai du tout, car vous-mesmes pourrés juger qu'en vain s'estudieront d'entendre mon livre ceux qui n'auront leu pour le moins soixante fois l'Euclide d'un bout jusques à l'autre, comme à plus pres je pense avoir faict ...» (*Lettres inédites françaises* ..., pp. 304-305). Lo stesso giorno in una lettera a Du Puy afferma di non aver dubbi che « beaucoup de maroufles ... comme sont les algebristes, qui ne savent rien en geometrie » attaccheranno la sua opera (*ib.*, p. 305). Facendo sapere a Pithou di aver inviato una copia dei *Cyclometrica* a Viète « qui m'a faict tant de mauvais tours qu'il a peu, j'ai oublié tout cela », chiama la sua opera 'mon *Geometricon*' (*ib.*, p. 305).

debet. At non fecit id ipsum Archimedes. Nam conatus est circuli quadraturam ostendere arithmetice. Ergo cum probaverit principio vel medio a geometria alieno, demonstratio eius nulla habenda est ». E cita tre passi dei *Cyclometrica* in cui Scaligero contesta il presunto illegittimo impiego dei numeri ad Archimede e poi a quanti lo imitarono, Apollonio, Filone Gadareno, e tra i moderni a Cusano, Regiomontano, Fineo. Da parte sua van Roomen si propone di dimostrare *rationibus* e *authoritatibus* « numeros a geometria excludendos non esse ».

Le conclusioni a cui giunge esaminando i rapporti tra le due discipline matematiche possono ridursi a due:

1) il ricorso alla geometria non è mai necessario all'aritmetica, pur riuscendo in molti casi utile (II cap.: *Arithmeticae propositiones licet ope geometriae non indigeant, multi tamen eas demonstraverunt* γραμμικῶς, pp. 19-20): si cita Johann Stein e si adducono come esempi Cardano e Giambattista Benedetti. Quest'ultimo « in speculandis numerorum passionibus » si serve di figure geometriche, sull'esempio di Euclide nel II libro degli *Elementi*, e come giustificazione adduce la ragione che questo procedimento gli riesce tanto più gradito ed agevole « quo minus est abstractus, quoniam oportet intelligentem phantasmata speculari: cum praeterea perspicuum sit, discretum omne ex continui divisione aliquo modo oriri, sive actu, sive potentia »[13].

2) l'aritmetica invece, o l'uso dei numeri, se talora non è possibile, in molti casi è utile, in moltissimi del tutto necessaria alla geometria (III cap.: *Mathematicorum recentiorum plurimi ad demonstrationes geometricas numeros assumpsere*, p. 20): fra i matematici moderni che cita — Commandino, Clavio, Stiefel, Peletier, Gemma Frisio, Tartaglia, Scheubel ... — si sofferma particolarmente su Maurolico; il secondo libro del manuale di

[13] Jo. Baptistae Benedicti *patritij veneti philosophi Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber* ... Taurini apud haeredem Nicolai Bevilaquae 1585, Ad lectorem [p. 4].

aritmetica redatto nell'intento di insegnare « quomodo per numeros magnitudinum inveniantur dimensiones » può essere interamente addotto a conferma della tesi, e cita un largo brano dei *Prolegomena* che riassumiamo in questi termini: (a) l'aritmetica è lo strumento di ogni operazione di calcolo per mezzo dei numeri; i numeri a loro volta sono in grado di esprimere qualsiasi quantità e quindi qualsiasi operazione che la riguardi; (b) la geometria si occupa della quantità continua nelle sue varie specie e ne studia le proprietà sia astrattamente nei teoremi e nei problemi, sia ricorrendo alla rappresentazione con figure che sono suscettibili di misura e di calcolo e quindi rapportabili ai numeri: « . . . intellectu praemeditata lineamus: et lineata calculamus. Et quamvis lineator descriptionem oculo repraesentet, et mentali speculatione punctum geometricum consequatur, tamen calculator numeris etiam idipsum consequitur, sed et paucis characteribus minutiores partes distinguit: quod lineator non nisi in spacio immenso, vel magno instrumento (quod nulli facile est) praestare potest » [14].

Nei due capitoli successivi van Roomen procede ad una argomentazione *ad hominem*, avvalendosi dell'autorità di Euclide tenuto in alta considerazione da Scaligero e dal padre di quest'ultimo, che riprese Cardano per aver osato apportare innovazioni negli *Elementi*, e del procedere argomentativo dello stesso Scaligero nei *Cyclometrica*. Orbene Euclide ricorre di solito ai numeri, sia indirettamente per mezzo dei 'denominatores' sia direttamente, per esprimere i rapporti tra grandezze, e non per questo le proposizioni cessano di essere geometriche o di perdere valore dimostrativo. Senza dire che dedica ai numeri tre libri degli *Elementi* (VII-IX) prima di trattare delle linee commensurabili

[14] D. Franciscl Maurolyci, *abbatis messanensis, mathematici celeberrimi, Arithmeticorum libri duo, nunc primum in lucem editi* . . . Venetiis apud Franciscum Franciscium senensem 1575, pp. 83-84. La redazione del manuale era già ultimata sulla fine di luglio del 1557.

e incommensurabili (X libro), alla cui comprensione è indispensabile appunto la conoscenza delle proprietà dei numeri. « Si ergo Euclidi licuit assumere numeros absolute, cur non licebit Archimedi hunc vel illum assumere numerum? . . . Certe res adeo clara est non logico duntaxat, sed etiam cuivis non dico viro, sed et mulieri, sed et puero, qui omnes norunt, universalia sub se complecti particularia . . . » (cap. IV: *Euclides numeros ad demonstrationes geometricas assumpsit*, pp. 20-21). E da questa prassi corrente non si distacca lo stesso Scaligero che non solo fa uso dei numeri nelle dimostrazioni geometriche, ma lascia intendere di preferire quelle in cui vi si faccia ricorso, anche se poi le sue dimostrazioni, come proverà in altra parte dell'opera, sono più propriamente dei sofismi (V cap.: *Iosephus Scaliger numerorum in demonstrationibus osor, et ipse tamen numeros non raro demonstrationibus suis — quas vocat — admiscet*, p. 22).

Il VI cap. (*Geometriae, et arithmeticae communem esse scientiam, quae quantitatem generaliter uti mensurabilem considerat*, pp. 22-23) [15] a conclusione dei rapporti analizzati tra le due scienze inizia con un interrogativo: se è legittimo l'impiego dei numeri in geometria, quando esso è possibile? In un brano del commento di Eutocio di Ascalona alle *Coniche* di Apollonio [16] van Roomen trova la chiave risolutiva del problema e nello stesso tempo gli si appalesa l'idea di una 'mathesis universalis' che doveva essere nota agli antichi matematici. Eutocio nel dimostrare una proposizione geometrica (relativa alla 11ª propos. del I libro delle *Coniche*) fa ricorso ai numeri e si premura di dare una giustificazione di questo suo procedere 'ex arithmeticis': « Antiqui enim huiusmodi demonstrationibus saepe uti consueverunt: quae tamen mathematicae potius sunt quam arithmeticae, propter analogias. Adde quod quaesitum arithmeticum est, nam proportio-

[15] In *Appendice III* riproduciamo il testo della *Apologia* dal VI all'VIII cap.

[16] V. *Appendice III*, pp. 209-210.

nes, proportionum quantitates, et multiplicationes primo numeris, secundo loco per numeros et magnitudinibus insunt, ex illius sententia, qui ita scripsit: ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι εἶμεν ἀδελφά. Hae enim mathematicae disciplinae germanae esse videntur ». Van Roomen dall'analisi del brano ricava quattro considerazioni: 1) che gli antichi matematici si servivano ordinariamente dei numeri nelle dimostrazioni geometriche, come peraltro lui stesso aveva mostrato nei riguardi di Euclide; 2) che i rapporti, i loro termini e denominatori, le moltiplicazioni competono prima ai numeri, poi alle grandezze: « cuius rei ratio haec est, quia omnes proportiones numeris tanquam terminis, vel denominatoribus exprimi debent, uti cognoscet is, qui genera omnia inaequalitatis majoris et minoris percurrerit. Hinc etiam colligi potest, proportiones magnitudinum egere opera numerorum »; 3) che l'aritmetica e la geometria sono discipline germane con comune origine, ciò che spiega come mai possano giovarsi reciprocamente, l'aritmetica delle figurazioni geometriche, la geometria dei numeri; 4) « analogias esse potius mathematicas, quam arithmeticas ». Riflettendo su quest'ultimo punto e sull'espressione 'mathematicae demonstrationes', che non può intendersi nel senso restrittivo né di dimostrazioni aritmetiche né di dimostrazioni geometriche, giunge a cogliere il senso riposto di tutto il brano, ossia « scientiam esse quandam mathematicam communem arithmeticae et geometriae, ad quam spectarent affectiones communes omnibus quantitatibus . . . non abstractis tantum ut numeris et magnitudinibus, sed concretis etiam, uti temporibus, sonis, vocibus, locis, motibus, potentiis ». In conseguenza, poiché rapporti e proporzioni possono riscontrarsi in qualsiasi ordine di quantità, le proposizioni che ne enunziano le proprietà e le dimostrazioni non possono dirsi propriamente né aritmetiche né geometriche, ma matematiche, ossia relative a quella scienza matematica universale che Eutocio chiama in maniera assoluta matematica. Questa tesi non può non essere vera: l'aritmetica non si occupa che di una sola specie

di quantità, i numeri, la geometria non di altro che di grandezze [17]; deve quindi esservi una scienza universale « quae propositiones omni convenientes quantitati complectatur ». Van Roomen conclude il capitolo annotando che tra i filosofi non ha trovato che il solo Pereira che faccia menzione di una 'scientia mathematica communis', sulla fine del I libro del *De communibus omnium rerum naturalium principiis* e cita la frase da noi esaminata nel capitolo precedente.

Una ulteriore dilucidazione della *mathesis universalis*, già dimostrata « tum ratione, tum authoritate Eutochij », si ha all'inizio del VII cap. Si ribadisce il concetto che le sue proposizioni e dimostrazioni non possono dirsi né aritmetiche — « cum in plerisque vel nulla fiat numerorum mentio, in aliis vero praeter numeros assumantur quoque alterius generis quantitates » — né geometriche, poiché non vi si fa riferimento ad alcuna delle tre dimensioni che caratterizzano le grandezze, ossia lunghezza, larghezza e altezza. La *mathesis universalis* può anche denominarsi 'prima mathematica' o 'prima mathesis' in analogia alla 'prima philosophia'. Come questa — scienza dell'ente in quanto ente — comprende sotto di sé i soggetti di tutte le scienze e all'occorrenza ne dimostra i principi, così la 'prima mathematica' « versatur circa subiecta omnium scientiarum mathematicarum, et purarum et mixtarum », e ne prova anche i principi, che non sono che le sue stesse conclusioni. Da notare l'inciso sull'inizio del capitolo, « ut omnis tollatur ambiguitas ». Vi è forse un'allusione al problema della specificità 'matematica' della *mathesis universalis*, cui si è accennato nei capitoli precedenti, specialmente riguardo a Dasipodio, che come vedremo il nostro autore cita nella *Universae mathesis idea*. Non ci sembra possano esservi dubbi sul pensiero di van Roomen a

[17] Nel corso della considerazione si inserisce uno sviluppo già incontrato nel *Commento* procliano a proposito delle proporzioni; ma l'esempio concreto in van Roomen non è ricavato dalla proprietà permutativa, ma da quella dell'inversione (v. sopra, p. 24, e in *Appendice III*, pp. 212-213).

riguardo. Anche se l'accezione di 'quantitas' si estende « temporibus, sonis, vocibus, locis, motibus, potentiis » si tratta più che altro di applicazioni 'concrete' o derivate delle 'affectiones communes', che competono in primo luogo « numeris et magnitudinibus », e la scienza che ne tratta è inequivocabilmente 'matematica' nel senso inteso da Eutocio.

Van Roomen passa quindi a delineare la trattazione della *mathesis universalis* secondo l'impianto degli *Elementi* euclidei, già seguito come abbiamo rilevato nell'esposizione ed analisi del *De mensura circuli* di Archimede: premette i principi, ossia le definizioni e gli assiomi, propone poi e dimostra alcuni teoremi. A proposito di questi ultimi dichiara i limiti della trattazione. Non intende dare una esposizione completa della *mathesis universalis*: quella che si propone è solo una 'adumbratio sive idea', limitandosi ad un numero ristretto di teoremi che possano chiarirne il concetto. A darle una estensione più adeguata, vi si potrebbe aggiungere l'intero V libro degli *Elementi*. « Nam omnes propositiones quae ibi traduntur de magnitudinibus, accomodari possunt cuivis quantitati, manente eadem omnino demonstrandi formula. Quia principia quae in earum demonstrationem assumuntur omni quantitati sunt communia » (p. 23).

Prima di procedere oltre riepiloghiamo. Van Roomen nel confutare l'obiezione di Scaligero prova « rationibus et authoritatibus principum mathematicorum . . . numerorum assumptionem non vitiare demonstrationes geometricas, sed vel multis in locis utilem esse, pluribus etiam in locis omnino necessariam » (p. 22). Dall'indagine dell'istanza « quaenam magnitudines per numeros explicari possint », attraverso l'esame di un brano di Eutocio, passa all'affermazione della *mathesis universalis* come scienza comune. Il matematico che gli ispira l'idea della *mathesis universalis* non è Proclo — per quanto almeno un passo dell'*Apologia* è di chiara derivazione procliana (come rilevato nella n. 17) —, ma Eutocio d'Ascalona, e quell'idea assume una caratterizzazione

specifica al campo delle matematiche: la *mathesis universalis* è la scienza comune all'aritmetica e alla geometria ma da queste distinta, che ha per oggetto la quantità astrattamente intesa come suscettibile di misura e ne studia le proprietà che ne conseguono, ossia i rapporti e le proporzioni. L'esposizione che il belga si ripromette non è una trattazione completa, ma ha i limiti di uno *specimen*, tanto più che — non dimentichiamolo, e van Roomen lo ribadirà con una certa insistenza — rimane sempre ordinata a difendere Archimede dalle critiche di Scaligero.

Nella trattazione della *mathesis universalis*, come si è già detto, si espongono in primo luogo i principi, ossia le *definitiones* e gli *axiomata*. Le definizioni sono ventinove e prima di essere enunziate singolarmente vengono riassunte in uno specchietto. Si accentrano sui concetti di misura, rapporto semplice (λόγος, 'ratio') e rapporto composto o proporzione (ἀναλογία, 'proportionalitas', 'proportio'). In gran parte sia le definizioni sia gli assiomi, ma soprattutto questi ultimi, sono desunti, alcuni dichiaratamente, dal I e dal V libro degli *Elementi*; nelle nostre note nell'*Appendice III* abbiamo rilevato la dipendenza anche letterale dall'edizione di Clavio.

Ai principi seguono diciannove teoremi e quattro lemmi, distribuiti in tre parti. Ciascun teorema e lemma viene enunziato, chiarito ('explicatio') e dimostrato ('demonstratio'). Le prime due parti rientrano ancora nel VII cap., iniziato con la delineazione della *mathesis universalis* (pp. 23-32).

Van Roomen, a differenza delle altre due, non indica con un titolo specifico il contenuto della prima parte dei teoremi, in numero di otto. Comunque, questi possono raccogliersi in due gruppi: i primi tre riguardano rapporti generali tra quantità proporzionali, gli altri cinque versano sui rapporti di somma o differenza tra due (IV-V teoremi) o quattro quantità (VI-VIII teoremi). La seconda parte consta di otto teoremi (propriamente tre lemmi e cinque teoremi), « in qua ratio quantitatum numeris expressa proponitur, secundum quatuor regularum arithmeticae

instrumenta », ossia secondo le quattro operazioni aritmetiche. In questi teoremi, indipendenti da quelli della prima parte che non vengono mai richiamati, il rapporto delle quantità in genere (indicate con le prime lettere dell'alfabeto; essendo al massimo tre, sono: A, B, C) viene espresso con numeri (simboleggiati ugualmente con lettere dell'alfabeto, propriamente con le successive alle prime tre già impegnate, ossia: D, E, F, G, H, I, K), e se ne definiscono alcune proprietà impiegando le quattro operazioni aritmetiche, addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione sui numeri, espressioni dei rapporti medesimi. Alla fine del VII cap. si puntualizza la conclusione generale dei teoremi dimostrati: operando sulle quantità di qualsiasi specie, è possibile il ricorso ai numeri che ne esprimono i rapporti; e si ribadisce la contestazione alle critiche di Scaligero: « quare non est quod Scaliger divino obiiciat Archimedi, quod in proportione perimetri assignanda usus fuerit ope numerorum, cum proportiones numeris et non aliis terminis explicari possint » (p. 32).

La terza parte, compresa nell'VIII cap. (pp. 32-35), con un lemma e sei teoremi, è dedicata ad un tipico esempio della corrispondenza tra geometria e aritmetica, la correlazione tra la rappresentazione di un parallelogramma rettangolare e le due operazioni, moltiplicazione e divisione: « ex qua doctrina tota fere dependet ratio qua lineae, superficies et corpora numeris explicantur » (p. 32). Il capitolo si chiude con la medesima clausola contro Scaligero: « omni ergo in Archimedem deposito odio, eius demonstrationes pro veris, legitimis et mathematicis, hoc est certissimis demonstrationibus accipe » (p. 35).

La *mathesis universalis* se viene trattata o meglio delineata direttamente come tema di maggior rilievo nel VI cap. e all'inizio del successivo, col procedere dell'esposizione cede insensibilmente alla considerazione dell'obiettivo polemico contro Scaligero; di pari passo riemerge, in misura sempre più notevole, la posizione preminente dell'artimetica o meglio dell'impiego dei numeri nelle discipline matematiche. Il IX ed ultimo capitolo dell'*Apologia*,

presentato 'appendicis loco' ma che risulta il più lungo di tutti (pp. 35-55), ne riafferma in concreto il sopravvento su qualsiasi altra considerazione. « Unum adhuc superesse video. Cum antea quantitatum, ope numerorum, proportiones inveniri quomodo debeant tradiderimus, nihil sane nos adhuc effecisse video, nisi quomodo numeris ipsis utendum sit cognoverimus » (p. 35). E van Roomen passa a delineare i tratti di una « arithmetica practica universalis . . . quae communis sit numeris vulgaribus, numeris radicalibus, simplicibus et compositis, et numeris cossicis ». Nell'aggettivazione 'practica' sono impliciti l'aspetto e la destinazione funzionale di questa disciplina, priva di ogni assunto teorico, ordinata ad insegnare come eseguire le varie operazioni di calcolo, « quomodo ⟨instrumenta⟩ illa executioni mandanda ». La materia del capitolo in definitiva non è che il contenuto dei tradizionali manuali di aritmetica pratica, ma van Roomen si attribuisce il merito di averle dato quell'assetto sistematico per cui l'intera esposizione può presentarsi come 'methodus arithmeticae practicae universalis', « quod a nemine antea praestitum scio »; lo stesso merito, come vedremo ma rispetto alla 'mathematica generalis', rivendicherà a se stesso Alsted nella *Methodus admirandorum mathematicorum*.

Ci sembrano bastevoli queste indicazioni sommarie sul cap. IX e sul suo contenuto, che integriamo riportando in appendice lo schema ragionato che l'autore premette all'intera esposizione in cinque parti. Il debito rilievo di questa 'arithmetica practica universalis', che sembra sovrapporsi o comunque confondere i lineamenti della *mathesis universalis*, si chiarirà in un'opera posteriore del matematico belga. Van Roomen chiude l'*Apologia* sottolineando ancora una volta l'intento polemico dello scritto ed usando la tipica formula conclusiva della dimostrazione, come in effetti può considerarsi l'intera *Apologia*: « Archimedem immerito a Scaligero taxari quod numeris usus fuerit in geometricis demonstrationibus, tum authoritate atque exemplo clarissimorum mathematicorum, tum veris et certis rationibus ostendimus. Simul

etiam quomodo numeris uti debeamus generali via declaravimus. Quod nobis erat propositum » (p. 55).

In definitiva, l'assunto polemico veniva dimostrato sostenendo per via razionale la legittimità dell'uso dei numeri in geometria, largamente seguito peraltro dai matematici sia nell'antichità che nei tempi moderni. Dall'insieme delle considerazioni logiche e storiche emergeva il concetto di una *mathesis universalis* comune ad ogni specie di quantità e quindi più generale dell'aritmetica e della geometria, scienza universale in cui si ha largo impiego dei numeri. Ne risultava che tale uso realizzato in una dimostrazione pertinente alla *mathesis universalis* non la caratterizza per questo come 'arithmetica', ma piuttosto come 'mathematica', e le applicazioni pratiche dei numeri devono riportarsi ad una disciplina ugualmente più universale dell' 'arithmetica' che si contrappone alla 'geometria', ossia alla 'arithmetica practica universalis'. Restava da precisare l'ambito di quest'ultima e il suo rapporto con la *mathesis universalis* nel novero sistematico delle discipline matematiche.

Cinque anni dopo la pubblicazione dell'*Apologia pro Archimede*, nel 1602, van Roomen dava un'ampia classificazione delle discipline matematiche nell'opuscolo *Universae mathesis idea* [18]. È in questa breve opera che incontriamo succintamente le risposte a quelle istanze presentatesi sulla fine dell'esposizione dell'*Apologia*. Nel primo dei venti capitoli (intitolato *De mathematicae generatim sumptae natura, praestantia et usu*, pp. 3-13) si svolgono gli argomenti preliminari sull'origine della denominazione 'mathematica' con citazioni da Proclo (più di ogni altra disciplina la matematica verifica il concetto di anamnesi e di scienza), da Dasipodio (a differenza di altre esige l'insegnamento), da Ramo (nei tempi più remoti era la sola ed essere insegnata, prima d'ogni altra

[18] *Universae mathesis idea, qua mathematicae universim sumptae natura, praestantia, usus et distributio brevissime proponuntur. Authore* A. Romano. Herbipoli apud G. Fleischmann 1602.

disciplina), sull' 'obiectum' che è la 'quantitas', sulla 'forma' costituita dall' 'ordo . . . a notioribus ad ignotiora' e dalla 'methodus demonstrativa', con accenni alla questione « demonstrationes mathematicae an sint potissimae » e alla soluzione negativa di Pereira [19] — tuttavia per van Roomen « mathematicarum scientiarum summa est certitudo excedens omnem aliarum facultatem certitudinem » (p. 7). La matematica è una scienza speculativa ed occupa la posizione intermedia tra la fisica e la metafisica. Il tema della 'praestantia mathematicae' viene svolto in base ai criteri: 'scientiae genus, obiectum, propositionum veritas, methodus, facilitas, usus et comitantia'.

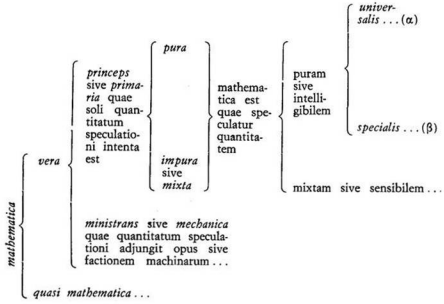
Nel II cap. (*De mathematicae divisione*, pp. 14-16) si espone nelle diramazioni principali la classificazione delle discipline matematiche. La « mathematica universalis quae circa omnem versatur quantitatem » rappresenta la prima branca della 'mathematica pura sive intelligibilis' e si divide a sua volta in 'logistice' e 'prima mathesis', « . . . illa ut organum scientiae, haec ut scientia » (p. 14) [20]. Rileviamo subito l'innovazione nell'impianto classificatorio. La 'mathematica universalis' non è più solamente la 'mathesis universalis' dell'*Apologia*, ma si scinde in 'logistice' e 'prima mathesis'. La logistica è l' 'arithmetica practica universalis' del IX cap. dell'*Apologia*, ma se ne precisa ora per la prima volta il suo rapporto con la 'mathesis universalis' o 'prima mathesis'. La logistica appare allo stesso livello di classificazione della 'prima mathesis', ma se ne differenzia per essere semplicemente un 'organum scientiae'; la 'prima mathesis' è invece una 'scientia', istituzionalmente definita e distinta dalle altre scienze matematiche, da non confondersi con una specie di introduzione alle matematiche: una esposizione di nozioni preliminari, redazio-

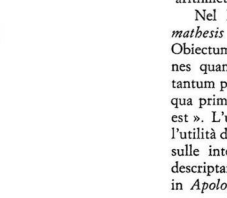
[19] V. sopra, p. 98 n. 6, ove si accenna alla tesi di Pereira.

[20] Diamo della classificazione le diramazioni principali, ricavate dal testo, per meglio rilevare la posizione nella 'prima mathesis':

nalmente distinta, van Roomen la svolge nei primi due capitoli dell'opuscolo.

Delle due discipline in cui si divide la 'mathematica universalis' si tratta rispettivamente nel III e nel IV cap. Della 'logi-





stica' (λογιστική) o 'supputatrix' « quae beneficio canonum universalium, ex datis numeris rebus accomodatis quaesitum elicit », se ne parla nel III cap. (pp. 17-20). Van Roomen dichiara di aver distinta quest'ultima dalle altre discipline matematiche « quod ea non peculiaris obiecti tradat proprietates, verum omnem numerum respiciat concretum; hoc est, rem quamvis numerabilem sine ulla numerorum proprietate, ita omnibus servire queat matheseos partibus, imo omni civili usui » — più oltre rileverà che è utile particolarmente alla giurisprudenza e all'arte militare —. E continua e sviluppa l'analogia suggerita da Pereira a proposito della 'scientia mathematica communis': « quodque logica est in universa philosophia, idipsum supputatrix censeri potest in mathesi ». La logistica come strumento universale della scienza matematica si distingue anche dall'« arithmetica, quod haec numerorum exhibeat proprietates demonstratione confirmatas, illa vero sine ulla demonstratione, sine ulla numerorum proprietate, canones paucissimos exhibeat inveniendi et iudicandi, eosque generalissimos longe a theorematibus et problematibus arithmeticae diversos » (p. 17). Se si distingue dalla scienza aritmetica, al punto di potersi insegnare « sine ulla reliquarum mathematicarum praeexistenti cognitione », tuttavia deriva integralmente da essa desumendone le norme pratiche di calcolo, e a questo titolo può anche denominarsi 'arithmetica practica' o 'arithmopraxia'.

Nel IV cap. (pp. 20-21) si descrive brevemente la *prima mathesis* « quae versatur circa quantitatem absolute sumptam. Obiectum eius est quantitas absolute sumpta. Finis vero, affectiones quantitatibus omnibus communes exhibere. Principia habet tantum propria. Locum in mathesi obtinet primum. Eadem ratione qua prima philosophia inter reliquas philosophicas scientias prima est ». L'ultimo capoverso, che fa seguito alle considerazioni sull'utilità della 'prima mathesis', contiene più di un rilievo importante sulle intenzioni dell'autore: « Hanc scientiam a nemine adhuc descriptam iusto volumine aliquando proponemus. Huius *specimen* in *Apologia* nostra proposuimus, et veriorem materiam suppedi-

tant variorum commentarii, quam in ordinem redigere studebimus ». Uno sguardo quindi retrospettivo con termine di riferimento al 1597. Van Roomen aveva già dichiarato che lo *specimen* poteva integrarsi con il V libro degli *Elementi*. Nel frattempo l' 'arithmetica practica universalis' che sembrava sbilanciare l'impianto della *mathesis universalis* anche per la considerevole incidenza dell'intento polemico contro Scaligero, ha assunto lineamenti più definiti come 'organum scientiae'. Si sono aggiunti 'variorum commentarii', utilizzando i quali la trattazione della 'prima mathesis' risulterebbe più adeguata o più pertinente. Nessun'altra precisazione su di essi. Stando alla dichiarazione di van Roomen è da escludere che si tratti di pubblicazioni *ex professo* sulla 'prima mathesis', « a nemine adhuc descripta ». Pensiamo che, ferma restando l'accezione specifica della 'prima mathesis' qui chiaramente ribadita, l'apporto dei 'variorum commentarii' debba intendersi piuttosto come integrazione di contenuto, tale da consentire 'veriorem materiam' perché più adeguatamente trattata. Non ci risulta d'altra parte che il matematico belga abbia mandato ad effetto il proposito di redigere uno scritto più completo, e lo *specimen* dell'*Apologia* resta il suo testo più diffuso sull'argomento. Una conferma indiretta la incontriamo in una testimonianza sulla metà del sec. XVII, a trentacinque anni dalla morte del nostro autore.

Van Roomen, ignorato come vedremo da Alsted nella *Methodus admirandorum mathematicorum* del 1613 quanto al suo progetto della 'mathematica generalis', viene menzionato da G.J. Vossius nel *De universae mathesios natura et constitutione* del 1650 [21]. Nel V cap. (pp. 22-25) sulla divisione della matematica « in puram et mixtam, purae in universalem et particularem, particularis in

[21] *De universae mathesios natura et constitutione liber* (*De scientiis mathematicis*) ... Amstelodami ex typographeio Joannis Blaev 1650. Vossius era morto il 19 marzo del 1549 e l'opera fu pubblicata a cura del cognato Fr. Du Jon (Junius) jr., noto filologo e linguista.

arithmeticen et geometriam », al 5° paragrafo dopo aver definito la « universalis mathesis, quae tradit numero ac magnitudini communia » [22] si richiama prima a Pereira (identica citazione dell'*Apologia*) e poi a van Roomen: « Pluribus vero hanc rem prosequitur Adrianus Romanus in Apologia pro Archimede. Ubi capite VI sic scribit (*n. marg.*: p. 23): *Nomine ergo mathematicarum demonstrationum nec arithmeticae, nec geometricae, intelligendae sunt* — la citazione prosegue fino a — ... *quae propositiones omni convenientes quantitati complectatur*. Nec his contentus Adrianus Romanus fuit; sed deinceps universalis huius, sive primae mathesios, ideam subjungit; dignissimam sane, ut attente consideretur. Vide eum Apologiae pro Archimede cap. VII » (p. 25). Da notare che Vossius si limita a rimandare al VII cap., forse considerandolo il capitolo principale.

[22] Nel paragrafo precedente dello stesso capitolo (§ 4: *Habent vero hae duae disciplinae* (*arithmetica et geometria*) *complura communia*) dopo aver citato un passo dal II prologo del *Commento* di Proclo (v. sopra, p. 28) — ...τὰ δὲ ὁμοίως ἀμφοτέραις προσήκει, ἀπὸ τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης εἰς αὐτὰς καθήκοντα. ... *alia item aeque ac similiter conveniunt ambabus, quae ex universa mathesios scientia utrique competunt* — aveva anticipato il concetto di 'universalis mathesis' presentandolo quasi come una diretta ed esplicita precisazione della 'universa mathesios scientia' procliana. « Plura [*Proclus*] deinde subjungit ad haec illustranda. Quaecunque igitur axiomata numero et magnitudini sunt communia, ea ad universalem mathesim pertinent. Ut illud, τὰ ἑνὶ, καὶ ταυτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἀξιοῦμεν εἶναι ἴσα, *uni eidemque aequalia, etiam inter se aequalia esse ducimus*. Similiter, ἀπὸ τῶν ἴσων ἴσα ἀφαιρουμένων ἴσα λείπεται, *ab aequalibus si auferas aequalia, restabunt aequalia*. Quod apud Aristotelem etiam legas lib. I Priorum Analyticorum cap. XXIV, et lib. Poster. Analy. text. LXXIV. Item, διπλάσιον, τὸ ἐν ἴσῳ ὑπερεχόμενον· ἥμισον, τὸ ἐν ἴσῳ ὑπερεχόμενον, *duplum est quod exsuperat aequali, sive altero tanto: dimidium vero, quod aequali exsuperatur*. Quod Aristoteles etiam refert lib. VI Topic. cap. IX ».

VI

La 'mathematica generalis' nella *Methodus admirandorum mathematicorum* di J. H. Alsted (1613)

Dieci anni dopo la fondazione dell'università di Leida (1575) ad opera di Guglielmo I d'Orange, dal fratello di quest'ultimo, Giovanni VI di Nassau, veniva eretto nel 1585 a Herborn, nella contea di Nassau-Dillenburg, un nuovo centro universitario protestante, che doveva imporsi rapidamente alla considerazione del mondo culturale europeo grazie alla rinomanza dei suoi docenti, C. Olivian, J. Piscator, J. Althusius, W. Zepper. I primi cinquant'anni dell'*Academia Johannea* furono anche l'età d'oro della sua storia [1]. Negli ultimi decenni di questo periodo rientra anche l'insegnamento di Johann Heinrich Alsted [2], la cui notorietà resta legata principalmente alla diffusione delle sue opere enciclopediche.

La vasta opera letteraria di Alsted si può dire sia dominata da una costante esigenza metodologica di ordinamento e sistemazione [3], che egli stesso definiva 'ingenium φιλομέθοδον καὶ

[1] Cfr. P. Dibon, *Le fonds néerlandais de la Bibliothèque académique de Herborn*, Amsterdam 1957, pp. 3-13.

[2] Johann Heinrich Alsted (Ballerbach marzo 1588 - Weyssenburg 8 novembre 1638) si formò all'*Academia Johannea* e vi insegnò alla facoltà di filosofia (1608-19) e di teologia (1619-29); prese parte al sinodo di Dordrecht (1618); dal 1629, su invito del principe di Transilvania Bethlen Gábor, insegnò all'Università di Weyssenburg, istituita quello stesso anno. Cfr. E. Garin, *L'educazione in Europa, 1400-1600*, Bari (1957), 1966², pp. 213-217. P. Rossi, *Clavis universalis, Arti mnemoniche e logica combinatoria da Lullo a Leibniz*, Milano-Napoli 1960, pp. 179-184.

[3] Secondo Bayle, « una delle sue occupazioni principali era quella di

φιλοκαθόλου '. È da attribuire più a questa naturale propensione, non disgiunta da una estesa informazione culturale, che a motivi di problematica intrinseca al piano stesso istituzionale delle matematiche, se l'attenzione di Alsted si sofferma, anche se solo episodicamente, sulla esistenza nell'ambito della *mathesis universa* di una 'mathematica generalis tractans de quantitate communiter'. D'altra parte il suo interesse redazionale per l'argomento non va oltre la composizione della *Methodus admirandorum mathematicorum* del 1613.

In quest'opera alla 'mathematica generalis' è dedicato il I libro, che in definitiva non è che una compilazione di brani da autori varii, piuttosto recenti, in primo luogo dalla *Protheoria mathematica* di Dasipodio. Mancano citazioni dirette ad autori classici; a Proclo si risale tramite l'opera del matematico di Strasburgo. Alsted mutua l'idea della 'mathematica generalis' da Pereira e Dasipodio, elabora uno schema in base ai criteri tradizionali di esposizione didattica in cui è abile ed esperto, riempie la trama delle distinzioni e divisioni concettuali con frequenti citazioni, a volte approssimative e imprecise [4], non sempre dichiarate, ma si mantiene a un livello superficiale di analisi.

Egli stesso denunzia i limiti del suo lavoro: più che una esposizione adeguata della 'mathematica generalis', si è prefisso di ritrarne i lineamenti, tracciarne uno schema secondo una conveniente impostazione metodologica, ponendo quindi l'accento più sul metodo che sul contenuto e riconoscendo proprio nel-

comporre dei metodi e di ridurre a sistemi tutte le parti delle arti e delle scienze » (*Dictionnaire historique et critique*, Amsterdam 1740, I, pp. 165-166, da E. Garin, *op. cit.*, p. 214 n. 14).

[4] Come risulterà dalle nostre note al testo del I libro della *Methodus admirandorum mathematicorum* che riproduciamo in *Appendice IV*, non sempre le citazioni di Alsted trovano rispondenza testuale o concettuale. Altre volte attinge da opere quasi *ad litteram* senza indicare le fonti. Questi casi di approssimazione e di compilazione lasciano supporre nel nostro autore una partecipazione all'argomento scarsamente sentita.

l'impostazione metodologica il merito del suo contributo. « Haec est mathematicae generalis qualisqualis delineatio: ubi primam fregimus glaciem, quoad methodum ... ut mathesis, hactenus confuse tradita, μεθοδικώτερον proponatur » [5]. Ne consegue che nell'intenzione di Alsted una trattazione vera e propria della 'mathematica generalis' dovrebbe essere lo sviluppo adeguato dei temi che figurano in questo schema o progetto definito con metodo, trattazione che egli stesso non ci ha lasciata.

Alla matematica generale si accenna già nel *Systema mnemonicum duplex* del 1610 [6]. Al XII cap. del IV libro del *Systema maius*, nello specchietto delle discipline matematiche ('coherentia artium mathematicarum') [7] figura come prima indicazione la

[5] *Methodus admirandorum mathematicorum* ... (v. n. 8), p. 40.

[6] *Systema mnemonicum duplex I. Minus, succincto praeceptorum ordine quatuor libris adornatum. II. Maius, pleniore praeceptorum methodo, et commentariis scriptis ad praeceptorum illustrationem adornatum septem libris* ... Francofurti 1610.

[7] « Coherentia artium mathematicarum

- Mathesis est
  - generalis, de quantitate abstracta, quae est
    - discreta, arithmetica
      - simplex
      - comparata
    - continua, geometria de
      - longitudine
      - latitudine
      - profunditate
  - specialis, de quantitate concreta in aliquo subiecto quod est
    - corpus, cosmographia
      - uranoscopia
      - geographia
      - hydrographia
    - qualitas sensibilis, eaque
      - visibilis: optica
      - audibilis: musica » (p. 219)

'mathesis generalis de quantitate abstracta'. Ma Alsted non intende propriamente con questa espressione una disciplina a sé distinta, se ne serve invece per significare unitariamente le due scienze che trattano della 'quantitas abstracta', l'*arithmetica* e la *geometria*. Infatti a questa 'mathesis generalis' viene contrapposta la 'mathesis specialis de quantitate concreta in aliquo subiecto' e che si divide in *cosmographia* (*uranoscopia*, *geographia*, *hydrographia*), *optica* e *musica*. Tutto del resto in coerenza con la breve sezione della 'technologia' del *Systema minus*, in cui non vi è alcuna menzione di 'mathesis generalis' e alla matematica come tale si riportano solo l'aritmetica e la geometria: « Mathematica est scientia, quae tractat quantum, quatenus est quantum. Haec est, vel geometria, vel arithmetica. Geometria est ars bene metiendi, arithmetica est ars bene numerandi » (p. 11).

Con accezione ristretta invece ricorre l'espressione 'mathematica generalis' nell'opera posteriore di tre anni, la *Methodus admirandorum mathematicorum* del 1613 [8]. L'opera si compone di nove libri, il cui contenuto è indicato nel titolo analitico del frontespizio. Dal titolo stesso emerge la distinzione di due espressioni: 'mathesis universa' e 'mathematica generalis'; la prima indica la matematica come un tutto unitario che si compone di nove discipline, a ciascuna delle quali è dedicato un libro dell'opera; con 'mathematica generalis' invece si denomina la prima delle nove discipline.

All'*epistola dedicatoria* (. . . Georgio-Wilhelmo, Marchioni Brandenburgensi . . .) [9] e alla *praefatio ad lectorem* segue una

[8] *Methodus admirandorum mathematicorum complectens novem libros matheseos universae: in quorum 1. Mathematica generalis. 2. Arithmetica. 3. Geometria. 4. Cosmographia. 5. Uranoscopia. 6. Geographia. 7. Optica. 8. Musica. 9. Architectonica. Studio* JOHANNIS-HENRICI ALSTEDII. *Appendix ad libros admirandorum mathematicorum, complectens bibliothecam et scholam mathematicam. Authore* JOHAN-HENRICO ALSTEDIO. Herbornae Nassoviorum 1613. L'*Appendix* ha una numerazione di pagine sua propria.

[9] Nell'*epistola dedicatoria* si dà una prima descrizione della 'mathematica generalis', in cui peraltro si sottolinea la sua importanza nella vita sociale, evidentemente in considerazione del personaggio cui l'opera viene dedicata: « Mathematica generalis suppeditat regulas communes, quarum usus est in universa vita, maxime vero civili: unde Plato, Bodinus, et alii petierunt salutares de Rep. regunda monitiones ».

Isagoge in libros admirandorum mathematicorum, continens technologiam, adeoque matheseos universae aeconomiam (pp. 7-18) [10]. Dall'inserimento di questo capitolo preliminare (« . . . mathematica praecognita de natura et studio matheseos . . . de iis, quae praecognoscenda sunt matheseos studioso . . . »), redazionalmente distinto, risulta evidente che l'esposizione della 'mathematica generalis' nel I libro dell'opera non viene intesa da Alsted come semplice introduzione alle discipline matematiche. Nel quadro classificatorio della 'technologia' la matematica figura nella sezione: 'disciplina philosophica theoretica', come suddivisione della 'scientia pura' e si divide a sua volta in 'mathematica generalis' e 'mathematica specialis'. Rispetto al *Systema mnemonicum duplex*, si ha una trasposizione di accezioni. 'Mathematica generalis' — nel *Systema maius* propriamente 'mathesis generalis' — non è più la denominazione comune che designa unitariamente l'aritmetica e la geometria, ma la disciplina « quae tractat principia et affectiones multitudini et magnitudini communes » (p. 10), mentre « mathematica specialis est tum arithmetica, tum geometria ». D'altra parte le scienze matematiche, che nello schema del *Systema mnemonicum duplex* comparivano come suddivisioni della 'mathematica specialis', qui figurano come partizioni della « scientia media . . . quae partim physica est, partim mathematica ».

Nel definire la 'mathematica generalis' Alsted rinvia a Pereira e a Dasipodio, ma non menziona van Roomen, che pur cita ('Adria-

[10] In *Appendice IV* riportiamo parte dell'*Isagoge* e l'intero I libro sulla 'mathematica generalis'.

nus Romanus') più oltre tra gli autori di geometria nell'*Appendix ad libros admirandorum mathematicorum* e nella *Peroratio* di quest'ultima [11]. In effetti nell'esposizione della *Methodus*, diversamente impostata, non riscontriamo alcuna traccia di dipendenza diretta dallo *specimen* dell'*Apologia pro Archimede*. Di Dasipodio Alsted cita la *Protheoria mathematica*, che richiama nuovamente nella *Bibliotheca mathematicae generalis* inclusa nell'*Appendix* surricordata; in questa breve nota bibliografica fa un generico e sommario bilancio della letteratura sulla 'methodus mathematicae generalis': ben pochi se ne sono occupati, e per giunta piuttosto occasionalmente, senza riunire gli argomenti relativi in una trattazione metodica e sistematica; in questo giudizio, che sembra echeggiare il rilievo già fatto da Pereira, ritorna implicitamente l'affermazione di Alsted circa il suo personale contributo in materia, da noi più sopra riportata [12].

[11] Adrianus Romanus viene ugualmente nominato tra gli autori di geometria nell'*Encyclopaedia* del 1620 (v. n. 14) nella sezione *Historiae geometriae* del XX libro, Historica (t. III, col. 2881).

[12] « Pauci admodum scripserunt methodum mathematicae generalis. Generalia quidem, quae vocant, mathematica hinc inde sparsim tradiderunt: at non in uno loco, neque etiam ordine. *Dasypodius* aliquid praestitit in sua Institutione mathematica statim ab initio. Habet et paucula *Possevinus l. 15. Bibliothec. C. 1. 2. 3.* Denique omnes ii in hanc sententiam scripserunt, qui prolegomena mathematica sive praecognita tradiderunt, ubi *de matheseos necessitate, dignitate, utilitate, origine, certitudine, et divisione* praecipiunt » (pp. 3-4). Oltre alla *Protheoria mathematica* (in quest'opera che non viene mai citata con questo titolo si riscontrano tutti i brani utilizzati da Alsted; pertanto riteniamo che debbano identificarsi con essa le indicazioni bibliografiche usate: « in proleg. compend. Mathem. » [*Methodus* . . ., p. 10], « in compend. Mathes. » [*ib.*, p. 20], « in sua Institutione mathematica statim ab initio » [*Appendix ad libros admirandorum mathematicorum*, p. 4], « in Syntagmat. Mathemat. » [*Encyclopaedia*, t. I, col. 50]), Alsted nell'*Encyclopaedia* citerà di Dasidopio gli *Scholia euclidea* (v. *Appendice IV*, p. 267 n. 47). Possevino delinea una introduzione alle matematiche con indicazioni bibliografiche nei primi tre capitoli del XV libro (« qui est de mathematicis ») della *Bibliotheca selecta*, capitoli che si intitolano: I. Mathematica generatim. Ubi quaenam eorum necessitas, unde dignitas et utilitas, ac quaenam certitudo. II. Disciplinarum mathematicarum certitudo quaenam. III. Origo, divisio, occasio pietatis et cautiones in mathematicis. Ma in essa non vi è alcun accenno a una 'mathematica generalis'. Cfr. ANTONII POSSEVINI *Mantuani Societatis Jesu Bibliotheca selecta de ratione studiorum ad disciplinas et ad salutem omnium gentium procurandam*. Recognita novissime ab eodem et aucta et in duos tomos distributa . . . Venetiis apud Altobellum Salicatium 1603, pp. 248-255. La I ed. apparve nel 1593.

Questa breve *Isagoge*, che in sostanza svolge nelle sue diramazioni la 'technologia philosophiae', si chiude con una 'decas aphorismorum de natura et studio matheseos', in cui Alsted sviluppa il tema della classificazione delle discipline matematiche in base ai due concetti fondamentali della 'quantitas', che può essere considerata 'in communi' (nella 'mathematica generalis') e 'in particulari', e della 'abstractio mathematica a materia sensibili sed communi, et quidem non re sed ratione'.

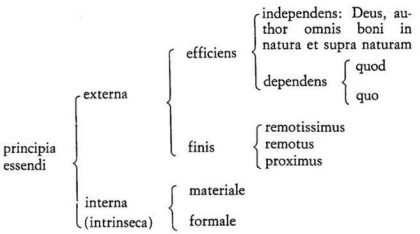
Il I libro, « continens mathematicam generalem » (pp. 19-41), si compone di dodici capitoli e si conclude con un prospetto schematico dell'esposizione dal titolo *Idea mathematicae generalis*. Nel I cap. (*Mathematicae generalis definitio*, pp. 19-20) si danno propriamente due definizioni, intervallate da tre intepretazioni etimologiche di *mathesis* ἀπὸ τοῦ μαθεῖν. La prima definizione con cui si apre il capitolo è formulata nei termini: « Mathematica generalis est scientia, tractans de quantitate communiter » (p. 19). Nella seconda definizione o descrizione, che segue alla divagazione etimologica sulla 'mathesis' — termine che viene chiamato in causa per la più immediata derivazione da μαθεῖν — si sottintende a rigore non 'mathematica' ma appunto 'mathesis', soggetto della dicotomia: 'generalis et propria'. La « ⟨mathesis⟩ generalis, alias universalis, tradit communia principia, theoremata et accidentia: quibus cognitis, singula in singulis scientiis specialibus faciliori et expeditiori via percipiuntur » (p. 20). Questa descrizione è desunta quasi *ad litteram* dalla *Protheoria mathematica*. Ciò spiega la differenza tra le due formulazioni: nella

prima l'idea di 'mathematica generalis' poggia sul concetto di 'quantitas', concetto base dei dieci aforismi, che invece scompare o viene posto in parentesi nella seconda formulazione. Si può dire che quanto alla *Methodus* rispetto alla *Protheoria mathematica* il tratto caratteristico differenziale, oltre all'impostazione espositiva, sia la puntualizzazione della 'quantitas' come termine di riferimento alle considerazioni e attribuzioni generali, che Alsted inserisce o esplicita a volte negli stessi testi che mutua da Dasipodio.

Della quantità 'communiter considerata' quale oggetto della 'mathematica generalis' vi sono due ordini di elementi da considerare: i 'principia' e gli 'accidentia sive communes eius affectiones', che formano gli argomenti rispettivi delle due parti in cui si divide una trattazione della disciplina, ossia la 'archelogia' e la 'pathologia'. « Archelogia est prima mathematicae generalis pars, quae tractat de quantitatis principiis » (p. 21), mentre « pathologia . . . communia quantitatis cuiusque πάθη pertractat » (p. 34). La prima viene svolta nei capitoli II-VII, la seconda nei capitoli VIII-XII.

ARCHELOGIA. I principi della quantità si distinguono in *principia essendi* e *principia cognoscendi*. Dei primi si parla nel II cap. (pp. 20-24), con una minuta terminologia scolastica che riassumiamo in uno specchietto nella pagina seguente.

Principium efficiens (*dependens*) *quod* è l'uomo « qui . . . aptus natus est abstrahere a materia communi non re, sed ratione. Ille enim invenit mathematicas scientias, inventas excoluit, docendo discendoque » (p. 21). Osserviamo che la posizione di Alsted, prettamente aristotelica e conforme al III aforisma, è antitetica a quella di Proclo: le matematiche si originano per via di astrazione, mentre per Proclo si esplicano da quell'*a priori* matematico di cui essenzialmente è costituita l'anima. Soggetto attivo immediato dell'astrazione o *principium efficiens quo* è l'intelletto 'theoreticus' (« in quantum cognoscit obiectum,



ut cognoscat ») e 'practicus' (« quatenus cognoscit obiectum, ut homo illud agat, eiusque operatione perficiatur »), non quello 'poeticus', ossia « quatenus cognoscit obiectum, ut homo illud efficiat, et artifex inde vocetur » (pp. 21-22).

Nell'ordine di esposizione gli ultimi due *principia essendi quantitatis* sono i *principia intrinseca*, ossia il principio materiale e il principio formale, l'uno individuato nel *minimum quantitativum*, che Alsted illustra partendo dalla considerazione del *minimum naturale*, l'altro nell'« ordo continuitatis, quo extrema quantitatis conjunguntur per medium » (p. 24).

Dei *principia cognoscendi* — « quae regunt cognitionem mathematicorum doctorum et discipulorum » (si noti nell'espressione finale la corrispondenza al 'docendo discendoque' nella definizione surriportata del *principium efficiens quod*) — si distinguono le 'species' e le 'communes affectiones'. Per la divisione delle varie specie dei principi conoscitivi della matematica Alsted segue Proclo tramite la *Protheoria mathematica*. Alla considerazione dei principi unifica quella delle conclusioni, e procedendo in una classificazione combinata sulla base del concetto di 'propositio mathematica' definisce i *principia immediata* (*axiomata* e

definitiones, di cui al III cap., *Elementa mathematica*, pp. 24-28), i *principia mediata* (*postulata* o *hypotheses*, nel IV cap.: *Propositiones elementorum speciem habentes*, pp. 29-30) e le *conclusiones*. Queste ultime vengono considerate 'communiter', ossia nelle sei parti di cui si compone una dimostrazione (euclidea) completa (V cap.: *Methodus demonstrativa mathematicorum*, pp. 30-31), e 'distincte', ossia nelle due specie di proposizioni, teoremi e problemi (VI cap.: *Theoremata et problemata*, pp. 32-33).

Nel VII cap. (*Affectiones propositionum mathematicarum*, pp. 33-34) si definiscono tre caratteristiche delle proposizioni: 'casus', 'reductio', e 'conversio', ancora una volta in diretta dipendenza dalla *Protheoria mathematica*.

PATHOLOGIA. In questa seconda parte della *mathematica generalis* si esaminano le 'communes quantitatis affectiones', che si distinguono in 'unitae vel disjunctae'. Proprietà unite sono il 'contactus' e la 'sectio', definibili in base al concetto astratto del *minimum quantitativum*, cui sono dedicati rispettivamente l'VIII cap. (pp. 34-35) e il IX cap. (pp. 35-36).

Negli ultimi tre capitoli si descrivono le proprietà disgiunte: « 1. Finitum et infinitum. 2. Ratio, qua par et impar. 3. Proportio, qua simile et dissimile dicitur » (p. 36). Al primo gruppo è dedicato il X cap. (pp. 36-37). Per Proclo il finito e l'infinito sono principi primi di tutte le cose e quindi anche delle specie matematiche, Alsted li considera solo come 'communia quantitatis accidentia'; tuttavia nel sottolineare la loro importanza nella costituzione delle entità matematiche trascrive un intero brano della *Protheoria mathematica*, anche questa volta senza citare la fonte.

Del rapporto e della proporzione, le due specie di comparazione tra quantità, si tratta rispettivamente nell'XI cap. (p. 38) e nel XII cap. (pp. 39-40). In questi due ultimi capitoli ricompare il contenuto riconosciuto dagli autori di cui ci siamo occupati in

precedenza come specifico della *mathesis universalis*, ossia le proprietà dei rapporti e delle proporzioni delle quantità. Ma Alsted si limita a riassumere i concetti e le distinzioni essenziali che ricorrevano ordinariamente nei manuali di matematica e nei commenti al V libro degli *Elementi*: un esempio tipico ci è offerto dal prospetto di F. Barozzi nella sua *Cosmographia*, da noi riprodotto in *Appendice II*.

A conclusione di questo riepilogo, che non poteva non essere schematico e scarno in conformità al contenuto dello scritto, ripetiamo l'osservazione generale puntualizzata sin dall'inizio: Alsted non intese dare una trattazione della 'mathematica generalis', ma solo delinearne uno schema, o meglio tracciarne una impostazione metodologica. In questa possiamo scorgere le tre indicazioni fondamentali, di tradizione aristotelica, della costituzione e trattazione di una disciplina: il 'genus', chiaramente individuato nella 'quantitas', i 'principia' e le 'proprietates'. Ai primi due punti risponde la prima parte, l' 'archelogia', che tratta appunto dei *principia essendi*, ossia delle quattro cause costitutive dell'oggetto della scienza (causa efficiente, causa finale, causa materiale e causa formale), e dei *principia cognoscendi*, ossia principi propriamente detti e proposizioni conseguenti o dimostrabili. Delle proprietà si occupa invece la seconda parte, la 'pathologia'.

A differenza dello *specimen* di van Roomen che si svolge sul piano concreto istituzionale della matematica, il progetto della 'mathematica generalis' di Alsted risente della impostazione espositiva strettamente legata a presupposti speculativi e filosofici. Inoltre per l'influenza del *Commento* procliano, mediata dalla *Protheoria mathematica*, quanto al carattere generico e impreciso delle attribuzioni comuni delle matematiche, sconfina da una trattazione specifica della 'mathematica generalis' per confondersi con un proemio alle matematiche, sul tipo di quell'unità espositiva costituita dalle proposizioni VII-XIII della *Protheoria mathematica*, cui appartengono tutti i brani utilizzati. Nel definire la

'archelogia' come « prima mathematicae generalis pars, quae tractat de quantitatis principiis », Alsted annota: « Intellige quantitatem, qua cognoscibilis est in mathesi. Itaque conjunctim tractabimus quantitatis et matheseos principia. Acutus lector facile discernet » (p. 21). E questo duplice intendimento legittima l'inserimento di molti argomenti non legati direttamente e specificamente alla trattazione della quantità in generale e delle sue proprietà.

Anche se limitato allo schema di una esposizione metodologica, con le caratteristiche e i limiti rilevati, l'interesse per la 'mathematica generalis' in Alsted non ha seguito. Già nella stessa *Appendix ad libros admirandorum mathematicorum* che chiude i nove brevi libri della *Methodus*, pur ritornando l'espressione di 'mathematica generalis' non vi fa riscontro alcuna enucleazione concettuale. L'*Appendix* si compone di due brevi sezioni, di una 'bibliotheca' e di una 'schola mathematica'. Nella prima Alsted elenca per le varie discipline trattate « praecipuos authores, quos tyrones cum fructu legere possunt, et quibus ego in concinnandis hisce opusculis usus sum » (p. 3). A questa sezione ci siamo già riportati, occupandoci delle fonti esplicite di Alsted quanto alla 'mathematica generalis'. Nella 'schola mathematica' l'autore ripropone i principi e le conclusioni fondamentali già esposte nei nove libri della *Methodus* e che considera « singularum disciplinarum mathematicarum alphabeta, id est, rudimenta et veluti incunabula » (p. 8). Nell'*Alphabetum mathematicae generalis* (pp. 8-14) si svolgono più che altro considerazioni generali pertinenti ad una introduzione generale alle matematiche [13].

[13] Riportiamo i titoli dei nove brevi paragrafi: I. Mathematicae disciplinae sunt in secundo gradu certitudinis. II. Pueri sunt idonei auditores mathematicarum disciplinarum. III. Scientia speculativa non dicitur univoce de mathematicis disciplinis. IV. Mathematica abstractio est media inter physicam et metaphysicam abstractionem. V. Error in operatione mathematica non est artis, sed artificis. VI. Subalternatio perfectissima datur in mathesi. VII. Infinitum in mathesi datur non φύσει, sed θέσει. VIII. Prima principia in mathesi sunt communes animi conceptiones et dignitates, quibus ultro astipulatur auditor (*si ripetono gli otto assiomi*). IX. Mathematicae scientiae non habent finem, quamvis mathematici habent.

Nell'*Encyclopaedia* del 1620 [14], in cui Alsted propone in una vasta sintesi sistematica, sull'esempio di Ramo, Gregorio Tolosano, Jakob Lohrard, Johann von Wowern, Matthia Martinius, Bartholomaeus Keckermann e Clemens Timpler, le varie materie d'insegnamento dell'intero corso di filosofia in base alla personale esperienza didattica più che decennale all'*Academia Johannea* di Herborn [15], il declino dell'interesse per la 'mathematica generalis' è netto. Non solo non si riscontra alcuna considerazione concettuale esplicita, ma non ricorre neppure l'espressione, anche se solo nell'accezione generica del *Systema mnemonicum*. Ma ciò che più sorprende è il fatto che, ciò nonostante, Alsted utilizza largamente, il più delle volte senza alcuna modifica, testi che nella *Methodus* esponevano argomenti della 'mathematica gene-

[14] *Cursus philosophici encyclopaedia libris XXVII complectens universae philosophiae methodum serie praeceptorum, regularum et commentariorum perpetua: insertis compendiis, lemmatibus, controversiis, tabulis ... ita ut hoc volumen possit esse instar Bibliothecae philosophicae: adornata opera ac studio* JOHANNIS-HENRICI ALSTEDII. Herbornae Nassoviorum typis Christophori Corvini 1620. La indicheremo semplicemente con *Encyclopaedia*. Divisa in quattro tomi, con una numerazione per colonne, è preceduta da un *Compendium encyclopaediae philosophicae* (con paginazione propria: t. I, pp. 7-32). La seconda edizione, del 1630, che preciseremo più oltre, verrà da noi indicata con *Encyclopaedia* 1630; la numerazione è per pagine.

[15] « ... ea docere, quae ad liberalium ingeniorum culturam, et ad philosophiae decus pertinerent: id toto illo duodecim annorum decursu (tamdiu enim est, ex quo cursum philosophicum publice ac privatim semel atque iterum absolvi, quibusdam disciplinis decies, et amplius explicatis) id, inquam, toto professionis meae tempore ante oculos habui ... Hinc mihi natae sunt variae lucubrationes: e quibus multae diversis temporibus lucem aspexerunt ... Labor, quem hic impendimus, est ultimus conatus noster in philosophia ornanda: quo voluimus publice testatum facere, quam docendi rationem in hac illustri schola antehac tenuerimus ... » (dalla *praefatio ad lectorem benevolum*, t. I, pp. 5-6).

ralis'. Inoltre l'idea di quest'ultima, già preminente nello scritto precedente, nell'*Encyclopaedia* appare rimpiazzata da quella di una 'arithmetica generalis'.

Per quanto non vi sia alcuna dichiarazione esplicita di Alsted in proposito, su questo cambiamento influirono per un verso Ramo, che non riconosceva come vere discipline matematiche se non l'aritmetica e la geometria, senza far parola di una *mathesis universalis* ad esse preordinata — si tenga presente la posizione di Alsted nel *Systema mnemonicum* —, per l'altro G. C. Scaligero, altro autore cui frequentemente si richiama Alsted, che contro Cardano ammetteva la preminenza dell'aritmetica sulla geometria e quindi su tutte le altre discipline che possono considerarsi matematiche. Ma riteniamo che a lasciar cadere il tema della 'mathematica generalis' abbia contribuito principalmente una lettura più attenta della *Protheoria mathematica*: Alsted, non interessato pienamente ad un esame a fondo dell'argomento, si sarà reso conto della caratterizzazione evanescente della 'communis scientia universalis' e nello stesso tempo sarà rientrato nelle posizioni iniziali, in armonia con le idee di Ramo.

L'esame testuale dell'*Encyclopaedia*, per quanto riguarda il nostro argomento, e il raffronto con la *Methodus* rivelano una dispersione dei temi e dei testi relativi. Si ritorceva così su Alsted quella stessa osservazione critica che egli nella *Methodus* aveva avanzata contro i matematici che si erano occupati prima di lui della 'mathematica generalis' [16].

Le discipline matematiche vengono classificate sia nel *Compendium* che nel III libro dedicato alla 'technologia': lo schema è sostanzialmente identico a quello del *Systema mnemonicum*, ma senza l'espressione di 'mathesis generalis' che raccoglieva le due discipline della matematica vera e propria o 'pura', l'aritmetica e la geometria, nonostante affiori appena la considerazione astratta della 'quantitas' come tale [17].

[16] V. sopra, p. 130.

I capp. I e II della *Methodus*, che impostano la trattazione della *mathematica generalis*, non trovano riscontro diretto nell'*Encyclopaedia*. Il testo dei capp. III-VII, ossia i capitoli sull' 'archelogia mathematica', vengono riprodotti *ad litteram* salvo qualche aggiunta o omissione secondo i casi, nell'VIII del I libro (« exhibens archelogiam philosophicam, id est, doctrinam de principiis philosophiae ») al VI paragrafo: *Principia mathematica consideranda sunt in genere quantum ad naturam suam, et in specie quantum ad numerum* (t. I, coll. 46-50; *Encyclopaedia* 1630, Lib. III, t. I, pp. 83-84) [18]. Da notare che alla fine di questo lungo testo trascritto dalla *Methodus* Alsted aggiunge un richiamo — oltre quello ai *Prolegomena* di Clavio — alla *Protheoria mathematica* e agli *Scholia euclidea* di Dasipodio. Questo rinvio che ripropone nell'*Encyclopaedia* il nome di Dasipodio sembra confermare la nostra supposizione sui motivi determinanti del cambiamento di Alsted.

Gli argomenti dei capp. VII-IX e XI-XII vengono trattati nell'*Encyclopaedia*, ma non più sul piano generale della quantità

[17] « Mathematica est vel pura, vel media. Pura sive sincera est, quae tantum est mathematica: ut arithmetica et geometria. Media sive mixta est, quae partim physica est, partim mathematica. Estque vel corporis et quantitatis, vel corporis et qualitatis. Corpus cum quantitate consideratur vel in genere, in cosmographia; vel in specie, in uranoscopia et geographia. Scientia corporis et qualitatis est optica, musica et architectonica... Accidens primum est quantitas: unde *arithmetica* et *geometria*. Τὸ θεωρητόν speciale mixtum est corpus una cum quantitate, vel qualitate. Ibi est *cosmographia, uranoscopia* et *geographia*: hic *optica, musica* et *architectonica* » (t. I, coll. 81-82 e 92; identica classificazione ricorre nell'*Encyclopaedia* 1630 con esclusione dell'*archictetonica*, che viene considerata tra le 'disciplinae heterogeneae', v. pp. 3, 65, 71).

[18] In *Appendice IV* sia dal testo che dalle nostre note risultano le aggiunte e le omissioni dell'*Encyclopaedia* rispetto alla *Methodus*, come anche la diversa destinazione dei brani utilizzati.

astratta, bensì su quello più ristretto delle quantità specifiche, ossia del numero o della grandezza. Quanto ai capp. VIII-IX, i cui testi vengono trasposti nell'*Encyclopaedia* con le opportune modifiche richieste dalla riduzione del soggetto, il 'contactus mathematicus' e la 'sectio mathematica' da 'affectiones communes quantitatis' si riducono a 'affectiones magnitudinis' e formano argomento del IX libro dedicato alla geometria (t. II, coll. 811-814; *Encyclopaedia* 1630, Lib. XV, t. III, p. 877). Più complesso è il caso della 'ratio' e della 'proportio', che nella *Methodus* vengono descritte rispettivamente ai capp. XI e XII sotto i titoli *Par et impar* e *Simile et dissimile*. Nell'*Encyclopaedia* trovano un duplice riscontro, nel campo specifico della matematica e in quello generico della logica. In particolare, Alsted tratta della 'ratio' nell'VIII libro dedicato alla aritmetica come 'ratio arithmetica', con le stesse partizioni della *Methodus* in 'ratio aequalitatis' e 'ratio inaequalitatis', '... inaequalitatis majoris et minoris' (t. II, coll. 712-715; *Encyclopaedia* 1630, Lib. XIV, t. III, pp. 817-818). Lo stesso argomento, ma nell'accezione generica di 'instrumentum logicum inventionis' come 'locus de comparatione in quantitate' viene ripreso nel XXIV libro dedicato alla logica, e propriamente nei capp. XIX (*De paribus*), XX (*De majoribus*) e XXI (*De minoribus*; t. IV, coll. 552-556; *Encyclopaedia* 1630, Lib. VIII, t. II, pp. 419-421)[19]. Analogamente per la 'proportio'. Nell'accezione matematica e limitatamente ai numeri Alsted ne tratta nel summenzionato VIII libro sull'aritmetica ai capp. XIV-XXI, con la descrizione delle fondamentali proprietà delle proporzioni (t. II, coll. 717-738; *Encyclopaedia* 1630, Lib. XIV, t. III, pp. 818-827). Come 'locus de comparatione in qualitate' l'argomento dei rapporti di somiglianza viene svolto nel XXIV libro sulla logica ai capp. XXII (*De similibus*) e XXIII (*De dissimilibus*; t. IV, coll. 557-559; *Encyclopaedia* 1630, Lib. VIII, t. II, pp. 421-422)[20].

[19] « Comparatum in quantitate est, quod cum suo themate confertur ratione gradus. Estque par vel impar. Argumentum par est, quod confertur cum suo themate in aequali gradu ... Argumentum impar est, quod arguit suum thema in gradu inaequali. Estque majus vel minus. Majus est, quod excedit suo gradu ... Argumentum minus est, quod exceditur gradu ... » (t. IV, coll. 553-555; *Encyclopaedia* 1630, Lib. VIII, t. II, pp. 419-420).

Le considerazioni su 'finitum et infinitum' che formano il X cap. della *Methodus* vengono in parte sfruttate a proposito dei postulati, del 'contactus' e della 'sectio' di cui si è già detto.

A questo dissolversi della 'mathematica generalis' fa riscontro l'affermarsi di una 'arithmetica generalis'. Già nella *Methodus* l'aritmetica, distinta in 'theoretica' (o *absoluta, sincera* « ... de numero absolute et secundum se considerato ») e 'practica', veniva riconosciuta 'princeps inter mathematicas' (p. 42), con priorità rispetto alla stessa geometria, secondo la tesi di G. C. Scaligero contro Cardano[21]. La posizione preminente dell'aritmetica viene ribadita con maggiore enfasi nell'*Encyclopaedia*: « ... prima et dignissima inter omnes scientias mathematicas. Omnes enim ab illa dependent, etiam geometria » (t. I, col. 125)[22]. Questo maggior rilievo influenza anche la classificazione interna dell'aritmetica:

[20] « Argumentum comparatum in qualitate est, quod confertur cum suo themate extra gradum. Estque simile, vel dissimile. Argumentum simile est, quod confertur cum suo themate in eadem qualitate ... Argumentum dissimile est, quod confertur cum suo themate in diversa qualitate ... » (t. IV, coll. 557-558; *Encyclopaedia* 1630, Lib. VIII, t. II, p. 421). Quanto ai due *comparata logica* in Ramo, v. sopra, p. 68.

[21] « Arithmeticam principem mathematicarum scientiarum profitemur, *Scaligerum ex. 321.* ubi refutat Cardanum, qui perperam asserit geometriam esse omnium scientiarum subtilissimam. Arithmetica enim subtilior est geometria. Quodcunque enim geometria vel accipit, vel probat, per numeros dirigi potest ... » (p. 43). Cfr. n. 30 in *Appendice IV*, p. 260.

[22] « Inter scientias mathematicas arithmetica omnium primo discatur ... Arithmetica siquidem est omnium prima ... » (t. I, col. 132). « Arithmetica est princeps inter mathematicas scientias. De hac regula vide *Scaligerum exercit. 321.*, ubi refutat Cardanum ... » (t. II, col. 676, *Encyclopaedia* 1630, Lib. XIV, t. III, p. 804). « ... prima est ala astronomiae, primaque columna reliquarum artium mathematicarum, et omnium mechanicarum, quae ex mathesis quidem scaturigine fluunt » (t. II, col. 805; *Encyclopaedia* 1630, *ib.*, p. 864).

sulla divisione in 'theoretica' e 'practica' prevale quella in 'generalis' o 'universalis' e 'practica', quasi a sottolineare nell'ambito stesso dell'aritmetica, già riconosciuta 'prima inter omnes scientias mathematicas', un nucleo dottrinale a fondamento di tutte le altre discipline. « Arithmetica generalis tractat de subjecto suo, principiis et affectionibus subjecti . . . Sic adumbravimus arithmeticam, quam vocant universalem: quae suo merito dicitur lima ingenii et fons totius matheseos. Nam et ingenio subtilitatem confert, et universae mathesi foecunditatem conciliat » (t. II, coll. 673 e 738; *Encyclopaedia* 1630, Lib. XIV, t. III, pp. 803 e 827). Il tema della 'arithmetica generalis' esula dal nostro campo d'indagine e richiederebbe un proprio ordine di ricerche. Come per van Roomen, abbiamo ritenuto sufficiente segnalare l'analogo fenomeno che si verifica in Alsted, limitandoci a riportare in *Appendice IV* lo schema di trattazione dello stesso Alsted. Rileviamo tuttavia una differenza sostanziale nella fase conclusiva dell'interesse dimostrato dai due autori per la *mathesis universalis*: per van Roomen la 'prima mathematica' persiste come scienza fondamentale distinta, anche quando si afferma il concetto di una 'arithmetica universalis' come 'organon scientiae'; per Alsted invece la 'mathematica generalis' della *Methodus* si dissolve e l' 'arithmetica generalis sive universalis' sembra assumerne il ruolo e le prerogative.

La posizione di Alsted non cambia nella seconda edizione, notevolmente ampliata, dell'*Encyclopaedia*[23], apparsa a dieci anni di distanza, nel 1630. I testi della prima da noi citati ricompaiono quasi immodificati nella stessa formulazione[24]. Unica osservazione

[23] Johannis-Henrici Alstedii *Encyclopaedia septem tomis distincta . . . Serie praeceptorum, regularum et commentariorum perpetua. Insertis passim tabulis, compendiis . . . ita quidem, ut hoc volumen, secunda cura limatum et auctum, possit esse instar Bibliothecae instructissimae.* Herbornae Nassoviorum 1630.

[24] Nelle citazioni della I ed. abbiamo sempre indicato le posizioni relative della II ed., riportandone il numero di pagina, quando il brano citato è in essa riprodotto.

di rilievo: nella *tabula XXXII* « delineans disciplinas partiales, seu potius fragmenta disciplinarum, quae revocanda sunt ad suam quaeque sedem, ibique quaerenda » (t. I, p. 23) ricompare la sola espressione 'mathematica generalis' in corrispondenza della voce 'archelogia'. Con tale rinvio, che non ha alcuno sviluppo, Alsted vuol significare che concetto e trattazione della 'mathematica generalis' si riducono in sostanza all' 'archelogia', una delle quattro sezioni dei *praecognita disciplinarum* ('hexilogia', 'technologia', 'archelogia', 'didactica', cui sono dedicati i primi quattro libri dell'*Encyclopaedia*), in cui ricorre appunto il testo dei capp. III-VII della *Methodus* sull' 'archelogia mathematica' (t. I, pp. 83-84); ma in essi né viene dichiarato un concetto di 'mathematica generalis', né tanto meno ne ricorre l'espressione. Si ha da pensare che questo rinvio della tavola sia stato motivato più che altro dall'aver menzionato nella *dedicatio* (. . . Gabrieli Sacri Romani Imperii et Transilvaniae principi . . . [Bethlen Gábor]), tra le opere da lui composte nei ventun anni d'insegnamento (la dedica è del I settembre 1629) anche la *Methodus admirandorum mathematicorum*, che resta pertanto l'unico testo di Alsted sulla 'mathematica generalis', senza ulteriore sviluppo redazionale. E se l'*Encyclopaedia* va considerata anche come una testimonianza dei suoi corsi pubblici e privati (come vuole la *praefatio ad lectorem benevolum*, che salvo qualche ampliamento è redazionalmente la stessa della I ed.), anche nel suo insegnamento diretto dovette riflettersi il mutato atteggiamento nei riguardi di questa disciplina matematica fondamentale.

VII

Conclusioni sulla *mathesis universalis* nel sec. XVI

La *mathesis universalis* viene intesa in generale come la disciplina comune alle scienze matematiche, in primo luogo all'aritmetica e alla geometria, che tratta della natura, dei principi e delle proprietà comuni. Nella misura in cui questa natura comune viene determinata in stretto rapporto al campo delle matematiche, viene a definirsi anche il carattere specificamente matematico di tale disciplina e a chiarirsi il contenuto dei principi e delle proprietà stesse. La tematica si arricchisce di queste determinazioni: la natura comune è la quantità — la 'quantitas abstracta mathematica' —, la proprietà fondamentale è l'essere uguale o disuguale, in base a questa proprietà le quantità si relazionano tra loro in rapporti semplici (λόγοι, 'rationes', secondo alcuni anche 'proportiones'), e rapporti di rapporti o proporzioni (ἀναλογίαι, 'proportiones', 'proportionalitates'), caratterizzati a loro volta da proprietà traducibili in teoremi e problemi, che con i principi dei concetti fondamentali — definizioni, assiomi, postulati — danno luogo ad una dottrina unitaria, che entra a far parte della trattazione della *mathesis universalis*. In effetti, se si escludono considerazioni di ordine generale più pertinenti ad una introduzione o proemio alle matematiche — come in Dasipodio, Alsted —, non figurano altri argomenti concreti nelle descrizioni o progetti da noi incontrati di una scienza comune matematica.

In questo sviluppo tematico la *mathesis universalis* tende a

definirsi, pur senza mai raggiungere una così precisa caratterizzazione, la disciplina matematica che ha come oggetto la quantità astratta e le sue proprietà definite nei rapporti e nelle proporzioni in generale.

La definizione o meglio la descrizione più completa la troviamo in van Roomen, ossia sulla fine del secolo: « geometriae et arithmeticae communis est scientia quae quantitatem generaliter uti mensurabilem considerat [...] ad quam spectant affectiones communes omnibus quantitatibus [...] non abstractis tantum ut numeris et magnitudinibus, sed concretis etiam, uti temporibus, sonis, vocibus, locis, motibus, potentiis ... proportiones eas quae spectant ad analogias [...] ad scientiam aliquam universalem iure merito pertinere existimandum est ».

La *mathesis universalis*, così caratterizzata nel suo sviluppo tematico, presenta lungo il periodo da noi considerato un singolare decorso: i suoi lineamenti, se si presentano sin dalla descrizione fattane da Piccolomini piuttosto definiti, subiscono una oscillazione di rilievo, di volta in volta elidendosi o attenuandosi in alcuni tratti, chiarendosi o precisandosi più nettamente in altri, in rispondenza si direbbe alla discussione di una problematica, non sempre documentabile, discontinua nel suo svolgimento e non comprensiva in ciascun momento dei vari aspetti della tematica relativa. A volte, come in qualcuna almeno delle espressioni o descrizioni di Dasipodio, la scienza comune alle discipline matematiche sembra addirittura perdere la sua specifica caratterizzazione matematica, per assumere quella più generica di un ordine di considerazioni più pertinenti alla metafisica.

Se si tien presente che lo studio della matematica nel periodo di cui ci occupiamo, dopo secoli di declino o interesse marginale, se non di abbandono, è ancora in una fase di lento recupero, secondato dalla diffusione a stampa di opere classiche greche, diviene più comprensibile questo vario e discontinuo atteggiarsi della riflessione matematica rispetto ad un tema astratto, ridotto peraltro ad una puntualizzazione elementare, come anche la scarsa

risonanza che quest'argomento sembra aver avuto nella letteratura matematica dell'epoca, prevalentemente manualistica.

Piccolomini riscontrava nella 'scientia communis' gli elementi costitutivi di una scienza distinta e autonoma: « proprium subiectum, et proprias passiones, propriaque principia sibi vendicat », e si richiamava come a conferme autorevoli al *Commento al I libro degli Elementi di Euclide* di Proclo, agli *Elementi* stessi di Euclide, propriamente ai libri in cui si tratta delle proporzioni, a un brano degli *Analitici posteriori* di Aristotele sulla 'natura comune' e sulla proprietà permutativa delle proporzioni. Nel breve passo, incidentale, del *Commentarium de certitudine mathematicarum* di Piccolomini (1547) troviamo quindi riassunti i temi della *mathesis universalis* e nello stesso tempo indicati i testi base che ne alimentarono la problematica per il loro contenuto impreciso o, al contrario, determinato più del dovuto, a volte orientandola su posizioni favorevoli al riconoscimento della scienza comune, a volte ostacolandone il corso.

Nel *Commento* Proclo si sofferma più volte, trattando delle discipline matematiche, sul concetto di una natura comune, senza darle tuttavia una ben precisa caratterizzazione in senso specificamente matematico e tanto meno identificandola con la quantità. Inoltre la considerazione dei 'principi e teoremi comuni' alle discipline matematiche, sottesi da quel concetto, vengono svolte prevalentemente in un duplice rapporto, nella dipendenza dalla scienza dell'ente o rispetto alla *mathesis universa*, senza che risulti mai chiaramente affermato senza equivoci un nucleo dottrinale specificamente matematico, sottratto alla preminenza assoluta della metafisica o all'appartenenza generica alle matematiche prese nel loro insieme unitario, cui possa competere la denominazione distintiva di *mathesis universalis*. Come si è accennato, in Dasipodio, più di ogni altro influenzato dal *Commento* procliano, sono evidenti le tracce di una interpretazione ibrida, in cui alla *mathesis universalis* si traspongono attribuzioni che più propriamente in Proclo vengono riferite alla scienza dell'ente o alla

mathesis universa: « Proclus itaque universalem mathematicam definit his verbis. Est, inquit, universalis quaedam scientia mathematica, quae simul omnes mathematicas scientias comprehendit, quaeve prior omnibus cum sit, merito caeteras antecedit disciplinas, eisque principia sua suppeditat: circa quam etiam reliquae subsistunt ad eamque omnes referuntur » (*Protheoria mathematica*, 1593; la descrizione non è una citazione diretta da Proclo, ma un adattamento di Dasipodio).

Di una 'natura comune ai numeri, alle grandezze, ai solidi, ai tempi' si parla nel brano suaccennato degli *Analitici posteriori* sulla proprietà permutativa delle proporzioni, brano largamente commentato in tutto il sec. XVI. Aristotele non la determina ed offre un altro testo alla discussione di filosofi e matematici in un contesto strettamente connesso al nostro tema. Piccolomini identificando la natura comune con il 'quantum phantasiatum' riscontrava nel testo aristotelico un'allusione alla 'scientia communis'. Catena, in linea con l'interpretazione di Piccolomini, pur senza far parola di una scienza matematica comune, non solo identificava la natura comune con la quantità, ma vedeva Aristotele ed Euclide completarsi a vicenda in uno sviluppo logico di considerazioni sulla quantità, la sua proprietà fondamentale dell'uguaglianza e disuguaglianza e il conseguente porsi di rapporti tra quantità: « Ex Aristotele habetur, quod proprium est ipsi quantitati esse aequale aut inaequale, ex Euclide vero quod proportio est quantitatum solummodo, ex utroque vero, quod tantum in quantitate proprie reperitur proportio ». In posizione antitetica a Catena sarà invece l'interpretazione di Zabarella e più tardi di Biancani, che contesteranno il carattere univoco della quantità e delle proprietà delle proporzioni secondo il pensiero aristotelico: « qui putant quantum non esse genus univocum, dicere possent, quod sicut nomen quanti commune continuo, et discreto non est eiusdem rationis, ita nec commutata proportio, nec aequalitas, nec aliae multae affectiones, quae communes esse videntur » (Zabarella).

La considerazione della proprietà permutativa rientra nell'argomento più vasto dei rapporti e delle proporzioni, già considerato da Proclo nel I gruppo dei 'teoremi comuni'. Euclide considera tuttavia negli *Elementi* rapporti e proporzioni non nella loro astrazione più universale nel campo delle matematiche, ma concretamente nelle grandezze (V libro) e nei numeri. Ma non sfuggì la possibilità di considerare i principi, i teoremi e i problemi euclidei da un punto di vista più astratto. Se Ramo li risolveva in considerazioni generiche riportabili al 'locus de comparatione' della sua concezione logica — « in logica proprie praecipitur de generali arte rationum aequalium, majorum, minorum, proportionum directarum, inversarum, alternarum » —, non mancarono matematici che ne rilevarono il carattere universale nell'ambito specifico della matematica: « quae in ipso ⟨V libro⟩ traduntur non geometricis solum contemplationibus conveniunt, illisque propria existunt, sed et omnibus quae sub mathematica ipsa comprehenduntur disciplinis » (Scheubel). È questo fondo comune unitario di argomenti che viene considerato come la materia più pertinente, se non esclusiva, della scienza matematica comune, e i rapporti e le proporzioni figurano sempre nelle varie descrizioni o progetti di quest'ultima, da Piccolomini a Dasipodio, a van Roomen, a Alsted. Van Roomen che si limiterà solo a tratteggiare uno *specimen* di trattato di *mathesis universalis* proponendo e dimostrando una ventina di teoremi dichiarerà: « Si quispiam vero voluerit, hisce nostris adiungat totum quintum librum elementorum Euclidis. Nam omnes propositiones quae ibi traduntur de magnitudinibus, accomodare possunt cuivis quantitati, manente eadem omnino demonstrationis formula. Quia principia quae in earum demonstrationem assumuntur omni quantitati sunt communia ».

Tra i risvolti e le pieghe di questa problematica discontinua e parziale, da noi tratteggiata seguendo gli aspetti più caratteristici dell'oscillante interpretazione dei testi classici più diretta-

mente chiamati in causa, l'affermazione e la definizione di una *mathesis universalis* sembra doversi aprire la via quasi faticosamente. Ne è testimonianza e conferma la serie di denominazioni varie con cui viene significata in tutto l'arco della nostra ricerca, quasi sempre formate da una denominazione generica con un dimostrativo indefinito: 'quaedam facultas communis . . . quaedam scientia communis' (Piccolomini, 1547); 'universalis quaedam mathematica cognitio et doctrina' (Dasipodio, 1564), 'una quaedam universalis mathematica scientia' (id., 1570), 'universalis quaedam scientia mathematica', 'una aliqua communis scientia universalis' (id., 1593; cui sono da aggiungere le due espressioni: 'illa universalis μαθηματική', 'universalis illa disciplina mathematica' del 1566); 'aliqua scientia mathematica communis' (Pereira, 1576); 'scientia aliqua universalis', 'quaedam scientia mathematica communis' (van Roomen, 1597). Solo in van Roomen, ossia sulla fine del secolo, accanto all'espressione 'mathesis universalis', da noi adottata come tipica, incontriamo una denominazione non generica: 'prima mathesis', 'prima mathematica'. Più tardi Alsted chiamerà la scienza matematica comune 'mathematica generalis'.

Le descrizioni e definizioni di questa scienza, variamente denominata, raffrontate tra loro combaciano in alcuni tratti e consentono di stabilire anche qualche dipendenza e orientamento comune: Alsted dipende in parte da Pereira, in parte da Dasipodio; van Roomen da Pereira. Gli elementi che in essi vengono rilevati si possono ridurre ai seguenti:

il soggetto, talora identificato direttamente con la quantità: « quantum phantasiatum . . . subiectum esse dicitur cuiusdam facultatis communis » (Piccolomini); « prima mathesis est quae versatur circa quantitatem absolute sumptam » (van Roomen); « mathematica generalis est scientia tractans de quantitate communiter » (Alsted);

il contenuto, genericamente indicato in principi e proprietà comuni: « . . . debet speculari affectiones communes magnitudini et numero » (Pereira); « tractat principia et affectiones multipli et magnitudini communes » (Alsted, ed ancora lo stesso Alsted:) « tradit communia principia, theoremata et accidentia » (in dipendenza questa volta da Dasipodio, v. più oltre); « . . . ad quam spectant affectiones communes omnibus quantitatibus . . . propositiones omni convenientes quantitati complectitur » (van Roomen);

l'appartenenza comune o priorità rispetto all'aritmetica e alla geometria, che vengono ad esserle subalternate, o in generale rispetto a tutte le discipline matematiche: « facultas communis ad geometriam et arithmeticam . . . ⟨quas⟩ duas sibi subalternat » (Piccolomini); « geometriae et arithematicae communis scientia, quae quantitatem generaliter uti mensurabilem considerat », « prima mathematica versatur circa subiecta omnium scientiarum mathematicarum, et purarum et mixtarum » (van Roomen); « universalis mathematica cognitio et doctrina sub se complectens reliquas disciplinas mathematicas omnes, suaque principia, et universales propositiones omnibus communicans, non quatenus numeris aut figuris, vel denique motibus illa insunt: sed quatenus eorum universalis est natura, et talis, quae singularibus illis disciplinis attribui potest » (Dasipodio, 1564), « una quaedam universalis mathematica scientia, sub se comprehendens omnes simul mathematicas disciplinas: quae cum antecedat omnes reliquas, principem inter multas alias tenet locum scientias: immo communicat principia sua illis ipsis scientiis » (id., 1570), « . . . scientiae illae ⟨mathematicae⟩ ab ea sua communia principia, accidentia et theoremata et alia huius generis petunt » (id., 1593).

Il contenuto della scienza comune quando viene ulteriormente determinato tende ad accentrarsi sulla dottrina dei rapporti e delle proporzioni in generale, senza ridursi esclusivamente ad essa. Rapporti e proporzioni sembrano piuttosto gli argomenti più convincenti per illustrare e fondare una scienza matematica comune, ma vengono soverchiati o almeno appiattiti ad un medesimo livello con considerazioni generali o formali, quando, come nel caso di Dasipodio e Alsted, l'esposizione di una tale disciplina

perde una ben precisa caratterizzazione per confondersi con un discorso introduttivo o preliminare alle matematiche. Alsted si appellava alla perspicacia del lettore per discernere nel suo libro sulla 'mathematica generalis' quanto riguarda più propriamente l'argomento della 'quantitas qua cognoscibilis est in mathesi' da quanto interessa la matematica in generale: « . . . conjunctim tractabimus quantitatis et matheseos principia. Acutus lector facile discernet ».

Nel periodo della nostra ricerca non abbiamo incontrato se non ben poche esposizioni di una certa ampiezza sull'argomento, varie peraltro sia per la natura redazionale, sia per l'impianto espositivo, sia per lo sviluppo tematico. Convengono d'altra parte in un aspetto comune: non sono mai a sé indipendenti ed autonome, ma fan sempre parte di un'opera più estesa. Di queste esposizioni, da noi riportate quasi integralmente nelle *Appendici*, sono autori Dasipodio, van Roomen, Alsted.

Sono di Dasipodio uno scolio dell'*Elementum I* (1564), il capitolo iniziale del *Volumen II mathematicum* (1570), l'esposizione « eorum quae de omnibus mathematicis scientiis communi et generali contemplatione dici possunt », svolta nelle proposizioni VII-XIII della *Protheoria mathematica* (1593). Hanno carattere prevalentemente sillogico o di adattamento redazionale di testi del *Commento* procliano. Almeno in alcune descrizioni risulta dubbio il carattere specificamente matematico della scienza comune. D'altra parte, come si è già accennato, il progetto espositivo tende a confondersi con una introduzione alle discipline matematiche: si consideri soprattutto nel *Volumen II mathematicum* l'inserimento del brano procliano sulla etimologia di 'mathematica', e nella *Protheoria mathematica* (proposizioni IX-XIII) la lunga disamina sulla classificazione delle proposizioni in teoremi e problemi, sempre in dipendenza testuale da Proclo.

In parte queste considerazioni valgono per il I libro della *Methodus admirandorum mathematicorum* di Alsted (1613) sulla

'mathematica generalis', strettamente legato alla *Protheoria mathematica*, ma con un impianto espositivo che riflette le esigenze metodologiche dell'autore, ispirate a criteri didattici tradizionali. A differenza di Dasipodio, non vi sono dubbi sulla natura specifica della 'mathematica generalis'. Tuttavia l'interesse di Alsted ha un curioso epilogo: nelle due edizioni della *Encyclopaedia* (1620, 1630) questa disciplina non figura nella lunga panoramica delle esposizioni sistematiche e riassuntive delle scienze; d'altra parte la maggior parte dei testi della *Methodus* sull'argomento vengono riutilizzati, quasi sempre nella stessa formulazione redazionale, ma dispersi in varie sezioni dell'opera, come nella 'archelogia' e nei libri dedicati all'aritmetica e alla geometria. La supposizione più ovvia è che Alsted si sia ricreduto sul carattere specifico e autonomo della 'mathematica generalis' e, nella suggestione di Ramo e Dasipodio, ne abbia riportato i rispettivi temi a campi di conoscenza ritenuti più pertinenti.

Ben differenziato dai precedenti risulta invece l'esposto di van Roomen nei capitoli VI-VIII dell'*Apologia pro Archimede* (1597) sulla 'mathesis universalis'. Van Roomen rimane rigidamente nel campo istituzionale delle matematiche e scioglie la sua esposizione da ogni considerazione di ordine filosofico. Lo schema riproduce l'impostazione redazionale degli *Elementi* euclidei, divisa nella presentazione e dilucidazione dei principi, ossia delle definizioni e degli assiomi, e nella dimostrazione dei teoremi. Ma i capitoli della *Apologia pro Archimede* sono, anche per esplicita dichiarazione dell'autore, solo una 'adumbratio sive idea', uno *specimen* di trattazione, che van Roomen si riprometteva di svolgere compiutamente in un'opera a sé, senza tuttavia portare a compimento il suo proposito.

Ma l'aspetto più saliente è il contesto polemico in cui si inserisce il progetto della *mathesis universalis*, ossia la confutazione da parte di van Roomen della obiezione di G. G. Scaligero contro l'impiego di procedimenti aritmetici nella dimostrazione di proposizioni geometriche. L'intento polemico non solo occa-

siona il progetto, ma interferisce in esso e van Roomen a conclusione dell'*Apologia pro Archimede* tratteggia anche l'esposizione di una 'arithmetica practica universalis'. In un opuscolo posteriore, nella *Universae mathesis idea* del 1602, in cui per la prima volta a quanto ci risulta la *mathesis universalis* sotto la denominazione di 'prima mathesis' figura in una classificazione di discipline matematiche, van Roomen precisa il rapporto delle due discipline: la 'logistice', o 'supputatrix', o 'arithmetica practica universalis' come 'organum scientiae' — « . . . omnem numerum respicit concretum . . . sine ulla numerorum proprietate, ita ut omnibus servire queat matheseos partibus » — è una suddivisione con la 'prima mathesis', vera e propria scienza, della 'mathematica universalis quae circa omnem versatur quantitatem'. Ma poiché alla logistica non viene riconosciuto se non un carattere puramente strumentale — « quod logica est in universa philosophia, idipsum supputatrix censeri potest in mathesi » — con la 'mathematica universalis' non resta da identificare come 'scientia' che la 'prima mathesis' « quae versatur circa quantitatem absolute sumptam ».

Appendice I

Scritti matematici (1564, 1570, 1593) di C. Dasipodio

Il *Commento al I libro degli Elementi di Euclide* di Proclo, apparso nel testo originale greco nel 1533 a Basilea a cura di S. Grynaeus e nella versione latina di F. Barozzi (Ba.) nel 1560 a Padova, fu uno dei testi fondamentali per la caratterizzazione della *mathesis universalis* nel sec. XVI. C. Dasipodio, in base allo sviluppo delle considerazioni del I prologo del *Commento*, schematizzava un progetto di trattazione di una 'universalis mathematica cognitio et doctrina' in uno scolio dell'*Elementum I* (1564). Questo schema veniva poi sviluppato in una silloge di brani, in greco e latino, dal I prologo del *Commento*, contenuta nel I cap. del *Volumen II mathematicum* (1570), silloge in cui Dasipodio inseriva un periodo descrittivo di una 'universalis mathematica scientia', risultante dalla fusione di due frasi distaccate del *Commento*. Alla stessa opera procliana attingeva ancora Dasipodio nella *Protheoria mathematica* per descrivere 'una aliqua communis scientia universalis'. Tramite quest'ultimo scritto del matematico di Strasburgo, di cui utilizzava *ad litteram* alcuni passi, al *Commento* procliano in definitiva risaliva Alsted nel delineare un progetto di 'mathematica generalis' nel I cap. della *Methodus admirandorum mathematicorum* (1613).

A. - Diamo in colonne successive a sinistra il testo greco della silloge del *Volumen II mathematicum* e la relativa versione latina, di Dasipodio, a destra lo schema dell'*Elementum I* e la versione latina di Barozzi dei testi del *Commento* procliano utilizzati nella silloge.

Il testo greco, salvo adattamenti redazionali specie nei raccordi, risponde all'*editio princeps* revisionata: nell'apparato di note a piè

di pagina si danno le varianti dell'*editio princeps* (G) e dell'edizione critica di Friedlein (F)[1]; tenendo conto dell'apparato critico di F, risulta che Dasipodio (D) concorda il più delle volte con C[2]: nelle nostre note tale concordanza emerge quando le varianti sono contrassegnate esclusivamente dalla sigla G salvo indicazione contraria. Nel margine sinistro del testo greco si indicano con cifre romane e lettere alfabetiche i sei brani della silloge, che rispondono alle seguenti posizioni (pagine e righe) di Ba. (in parentesi si indica anche il capitolo del I libro) e di F:

I, a	Ba. (I,1) 1,3-9;	F 3,1-7
b	Ba. (I,1) 1,16-17	F 3,14-16
II	Ba. (I,5) 5,37-6,22	F 10,20-11,16
III, a	Ba. (I,3) 4,1-3	F 7,16-19
b	Ba. (I,4) 4,31-33,	F 8,25-9,2,
	v. anche 5,27-30	v. anche 10,10-14
IV	Ba. (I,2-4) 2,27-5,30	F 5,14-10,16
V	Ba. (I,14) 24,32-26,10	F 42,9-44,24
VI	Ba. (I,15) 26,13-27,13	F 44,25-46,18

Sia nel testo greco che nella versione latina di Dasipodio si indicano in parentesi quadre le pagine del *Volumen II mathematicum*.

Per disporre lo schema del 1564 in corrispondenza allo sviluppo più esteso della silloge, lo si è diviso in brani, senza alterare la successione originaria del testo: tale corrispondenza manca per il primo brano, che diamo quindi qui di seguito fuori sinossi.

[1] Tale apparato non ha una finalità critica, ma solo pratica, di consentire cioè al lettore di ricostruire direttamente G e F; pertanto la nota esplicativa *om.* va intesa nel senso di semplice mancanza della lezione nella fonte che segue, non necessariamente nel senso di vera e propria omissione. Con F *sv* indichiamo la mancata segnalazione da parte di F di varianti da noi riscontrate nella collazione di G.

[2] V. sopra, p. 78.

. . . Hanc vero universalem mathesin in duas potissimum partes dividunt: altera enim versatur circa res mente et ratione perceptas, quae graecis nominantur τὰ νοητά, et διανοητά. altera vero τῶν αἰσθητῶν, rerum sensu subiectarum habet perceptionem: illa geometriam, et arithmeticam complectitur: haec vero in sex est divisa scientias: geodaesiam, et opticam, quae ex geometria nascuntur: logisticam et canonicam prognatas ex arithmetica: denique mechanicam, et astronomiam, quas ad utramque referri tradunt. Est et alia mathematicae divisio, in quatuor partes tantum facta. quoniam μάθησις habet perceptionem quantitatis continuae, vel quantitatis discretae. Geometria enim, et astronomia sibi habent subiectas ipsas magnitudines: geometria quidem eam, quae est sine motu: astronomia eam, quae movetur. sic etiam multitudinis et numerorum fit contemplatio in arithmetica, et musica: illa enim numeros per se considerat, eorumque proprietates investigat: haec vero numeros tractat relatos, quos etiam harmonicos appellant.

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τίς ἡ καθόλου μαθηματικὴ ἐπιστήμη

[I, *a*] Μαθηματικὴ οὐσία τὴν μέσην χώραν ἀπείληφε τῶν τε πρωτίστων ἐν τοῖς οὖσι γενῶν, καὶ τῶν ἐσχάτων ἔτι δὲ τῶν ἀμερίστων καὶ ἁπλῶν, καὶ ἀσυνθέτων, καὶ ἀδιαιρέτων ὑποστάσεων, καὶ τῶν μεριστῶν καὶ ἐν συνθέσεσι παντοίαις καὶ ποικίλαις διαιρέσεσιν ἀφωρισμένων.

[I, *b*] Ὁ Πλάτων γὰρ τὰς τῶν ὄντων γνώσεις διαιρεῖ ταῖς τε πρώταις καὶ μέσαις καὶ τελευταίαις ὑποστάσεσι, καὶ ταύτας τὰς γνώσεις συζύγως ἀπονέμει τοῖς γνωστοῖς.

MATHEMATICA

Quae nam et qualis sit universalis illa disciplina mathematica

Caput I

Mathematicae disciplinae substantia medium sortita est locum inter prima rerum genera atque postrema seu infima: adhaec inter ea quae partitionem non admittunt, simpliciaque et incomposita atque indivisibilia existunt: et inter reliqua quae partibilia fiunt atque in varijs multiplicibusque divisionibus versantur. Nam Plato dividit rerum notiones, secundum primas et medias atque extremas essentias: compariter ipsis rebus quae sub cognitionem cadunt.

4-8 Μαθηματικὴ ... ἔτι δὲ τῶν] Τὴν μαθηματικὴν οὐσίαν οὔτε τῶν πρωτίστων ἐν τοῖς οὖσι γενῶν, οὔτε τῶν ἐσχάτων εἶναι καὶ παρὰ τὴν ἁπλῆν διῃρημένων, ἀναγκαῖον, ἀλλὰ τὴν μέσην χώραν ἀπειληφέναι τῶν τε GF 15-17 Ὁ Πλάτων ... ταῖς] διόπερ οἶμαι καὶ ὁ Πλάτων τὰς γνώσεις διῄρει τῶν ὄντων ταῖς GF 19-21 καὶ ταύτας ... γνωστοῖς] καὶ συζύγως ἀπονέμοντα τοῖς γνωστοῖς τὰς γνώσεις GF

(De mathematicae essentiae medietate. Cap. I)

[*Conclusio universalis*]* Mathematicam essentiam neque ex primis eorum, quae sunt generibus, neque ex ultimis, a simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, et simplices, et compositas, et indivisibiles substantias: et partibiles, atque in multiplicibus compositionibus, varijsque divisionibus terminatas ... [*Platonis in Rep. et alijs locis cognitionum divisio*] Quapropter (ut arbitror) et Plato eorum, quae sunt cognitiones, primis et medijs, et postremis substantijs dividebat ...

...

(Quod sit instrumentum iudicans mathematicas. Cap. V)

...

... et ijs, quae sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit. nam

* Sono state incorporate nel testo, riportandole all'inizio dei brani relativi fra parentesi quadre ed in corsivo, le note a margine dell'edizione originale.

[II] Τῶν γὰρ ὄντων τὰ μὲν νοητὰ θέμενος, τὰ δὲ αἰσθητά, καὶ τῶν νοητῶν τὰ μὲν νοητὰ πάλιν, τὰ δὲ διανοητά: οὕτω καὶ τῶν αἰσθητῶν τὰ μὲν | [2] αἰσθητὰ, τὰ δὲ εἰκαστά. τοῖς μὲν οὖν νοητοῖς, ἃ δὴ τῶν τεσσάρων ἐστὶ γενῶν τὰ πρώτιστα, γνῶσιν ἐφίστησι τὴν νόησιν, τοῖς δὲ διανοητοῖς διάνοιαν, καὶ τοῖς αἰσθητοῖς πίστιν, τοῖς δὲ εἰκαστοῖς εἰκασίαν, καὶ ἀποφαίνει τοῦτον τὸν λόγον ἔχειν τὴν εἰκασίαν πρὸς τὴν αἴσθησιν, ὃν ἡ διάνοια πρὸς τὴν νόησιν· ἥτε γὰρ εἰκασία τὰ εἴδωλα γιγνώσκει τῶν αἰσθητῶν ἔν τε ὕδασι φανταζόμενα, καὶ τοῖς ἄλλοις κατόπτροις ἐσχά-

Res enim omnes quae sub notionem cadunt ponit vel mente conceptas vel sensu: atque ex ijs quae mente percipiuntur, alias rursum sola | [163] mente intelligi, alias vero ratione ipsa: sic et res sub sensuum iudicium cadentes, nonnullas facit sensibiles, quasdam vero sub imaginationem cadentes. Mente itaque conceptis (quae quidem primum tenent locum, inter haec quatuor rerum genera) cognitionem seu vim cognoscendi praeficit mentem: intelligibilibus rationem: sensibilibus fidem: rebus ijs quae imaginem repraesentant, imaginationem. Et docet quod eam proportionem habeat imaginatio ad sensum quam habet ratio ad mentem. quia imaginatio cognoscit rerum sensibilium imagines, quae cum in aquis videntur: tum et in alijs spe-

3 καὶ τῶν] τῶν δ' αὖ GF 5 οὕτω *om.* GF || τῶν μὲν G 7 οὖν *om.* GF 8 τεττάρων GF 9 τὰ *om.* GF 11 τοῖς δὲ] καὶ τοῖς GF 14-15 ἀποφαίνει . . . ἔχειν] τοῦτον ἔχουσαν τὸν λόγον ἀποφαίνει (ἀποβαίνει G) GF 20 ὕδασι] εἴδεσι G

eorum, quae sunt, alia quidem intellectilia, alia vero sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta. et sensilium alia quidem sensilia, alia vero coniecturalia, intellectilibus quidem (quae sane prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam: [*cognitionum proportio secundum Platonem* [1]] ijs autem, quae cogitationi subiecta sunt, cogitationem: sensibilibus vero, fidem: coniecturalibus autem, coniectandi vim. et eandem rationem coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, et alijs corporibus perspicue imaginem referentibus inspi-

[1] *Repubblica*, VI, 511 d-e.

τὴν πῶς ἐν εἴδεσιν ἔχοντα τάξιν, καὶ εἰδώλων ὄντως εἴδωλα γεγονότα. καὶ ἡ διάνοια τὰς τῶν νοητῶν εἰκόνας θεωρεῖ, τὰς ἀπὸ τῶν πρώτων, καὶ ἁπλῶν, καὶ ἀμερίστων εἰδῶν εἰς πλῆθος καὶ διαίρεσιν ὑποβάσας. διὸ καὶ ταύτης μὲν ἡ γνῶσις ἀπ' ἄλλων ὑποθέσεων ἤρτηται πρεσβυτέρων, ἡ δὲ νόησις ἐπ' αὐτὴν ἄνεισι τὴν ἀνυπόθετον ἀρχήν. Τὰ τοίνυν μαθηματικὰ διανοητὰ μὲν ἐστὶ κατὰ τὴν οὐσίαν, διάνοια δὲ αὐτῶν προέστηκεν ὡς κριτήριον, ὥσπερ τῶν αἰσθητῶν ἡ αἴσθησις, καὶ εἰκασία τῶν εἰκαστῶν.

culis: quodam modo extremum inter formas sortitae ordinem: et revera factae imaginum imagines, sic quoque ratio hominis contemplatur rerum intelligibilium et mente perceptarum effigies: quae a primis simplicibus et impartibilibus formis progrediuntur: in omnem usque multitudinem atque divisionem, ideoque et huius cognitio ab alijs hypothesibus segregata est antiquioribus: ipsaque mens ascendit ad primum, quod est absque positione principium.

Quare res mathematicae sunt quidem sua natura et substantia ratione perceptae: ipsa vero ratio hominis hisce rebus mathematicis tanquam aestimatrix et arbitra, praefecta [164] est, sicuti rebus sensibilibus sensus, et imaginabilibus imaginatio.

10 ἤρτηται] εἴρηται G 13-14 Τὰ τοίνυν ... ἐστὶ] εἰ τοίνυν τὰ μαθηματικὰ μήτε τὴν ἀμέριστον ἔλαχην ὑπόστασιν καὶ χωριστὴν ἀπὸ πάσης διαιρέσεως καὶ ποικιλίας μήτε τὴν αἰσθήσει γνωριζομένην καὶ πολὺ μετάβολον καὶ πάντη (παντι G) μεριστήν, παντί που καταφανές, ὅτι διανοητὰ μέν ἐστι GF 18 ἡ *om.* F

ciuntur. quippe quae postremam quodammodo in aquis sortita sunt sedem, et simulacrorum vere facta sunt simulacra. similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quae a primis, et simplicibus, et impartibilibus formis in multitudinem, divisionemque sunt delapsae. Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus: intelligentia vero ad ipsum non suppositum principium pervenit. Si igitur mathematicae res neque impartibilem, ab omnique divisione, ac varietate separatam substantiam sortitae sunt, neque eam, quae sensu deprehenditur, et multis mutationibus obnoxiam, et quacunque ratione divisibilem, cuilibet manifestum est, quod iuxta suam essentiam cogitationi quidem subiectae sunt: cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis praeest, sicut sensilibus sensus, et coniecturalibus coniectandi vis.

[III, *a*] Ἔστι δὲ μία τις καθόλου ἐπιστήμη μαθηματικὴ πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικάς γνώσεις ἐν ἑνὶ περιέχουσα:

[III, *b*] ἥτις καὶ πρὸ πασῶν οὖσα, προηγεῖται τῶν πολλῶν γνώσεων, καὶ | [3] δίδωσι τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασι, καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται.

[IV] Ἀρχαὶ τοίνυν τῆς ὅλης μαθηματικῆς οὐσίας εἰσὶν αἱ διὰ πάντων τῶν ὄντων διήκουσαι, καὶ πάντα ἀφ' ἑαυτῶν ἀπάγουσαι. λέγω δὴ τὸ πέρας, καὶ τὸ ἄπειρον. ἐκ γὰρ τούτων τῶν δύο πρώτων μετὰ τὴν τοῦ ἑνὸς ἀπεριήγητον, καὶ τοῖς ἅπασιν ἄληπτον αἰτίαν ὑπέστη τάτε ἄλλα πάντα, καὶ ἡ τῶν μαθηματικῶν φύσις: ἐκείνων μὲν

Est autem una quaedam universalis mathematica scientia, sub se comprehendens omnes simul mathematicas disciplinas: quae cum antecedat omnes reliquas, principem inter multas alias tenet locum scientias: immo communicat principia sua illis ipsis scientijs: multaeque aliae scientiae circa eam consistunt: denique ad eam ipsam tanquam principalem referuntur.

Itaque principia huius universalis substantiae mathematicae sunt, quae diffusa sunt per omnes res: atque a se omnia derivant: intelligo autem finitum illud et infinitum. Nam ab his duobus primis post unius inexplicabilem et omnibus hominibus incomprehensibilem causam, cum caetera omnia deducuntur: tum et ipsa mathematicarum rerum natura. his quidem om-

1-12 Ἔστι δὲ ... ἀναφέρονται D 13-14 Ἀρχαὶ .. εἰσὶν αἱ] τὰς δὲ ἀρχὰς τῆς μαθηματικῆς ὅλης οὐσίας ἐπισκοποῦντες ἐπ' αὐτὰς ἄνιμεν (αγίωμεν G) τὰς GF 15-16 διήκουσαι] διηγούσας ἀρχὰς GF 17 δὴ] δὲ F 20 μετά] κατὰ G 23 τῶν *om.* G 23-24 μαθημάτων F

Itaque universalis quaedam mathematica cognitio et doctrina est statuenda, sub se complectens reliquas disciplinas omnes, suaque principia, et universales propositiones omnibus communicans, non quatenus numeris, aut figuris, vel denique motibus illa insunt: sed quatenus eorum universalis est natura, et talis, quae singularibus illis disciplinis attribui potest.

Sunt autem eiusmodi principia τὸ πέρας, καὶ τὸ ἄπειρον, finitum et infinitum:

(Communia eorum, quae sunt, mathematicaeque essentiae principia, finis, et infinitum. Cap. II)

[*De hisce duobus rerum principijs, et unius causa vide Platonem in Philebo*[2].] Principia autem totius mathematicae essentiae considerantes, ad ipsa regredimur principia, quae per ea omnia, quae sunt permeant, et omnia a seipsis gignunt, finem inquam, et infinitum. ex his nanque duobus primis post illam unius causam, quae neque explicari, neque omnino comprehendi potest, cum alia omnia, tum mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim

[2] *Filebo*, 14 c - 18 b, 24 a - 27 c.

ἀθρόως πάντα παραγουσῶν, καὶ ἐξῃρημένως, τῶν δὲ προϊόντων ἐν μέτροις τοῖς προσήκουσιν, καὶ τάξει τῇ πρεπούσῃ τὴν πρόοδον καταδεχομένων. καὶ τῶν μὲν πρώτων, τῶν δὲ μέσων, τῶν δὲ τελευταίων ὑφισταμένων.

Τὰ μὲν γὰρ νοητὰ γένη κατὰ τὴν ἑαυτῶν ἁπλότητα πρῶτως μετέχει τοῦ πέρατος καὶ τοῦ ἀπείρου διὰ μὲν τὴν ἕνωσιν, καὶ τὴν ταυτότητα, καὶ τὴν μόνιμον ὕπαρξιν, καὶ σταθερὰν τοῦ πέρατος ἀπο- πληρούμενα: διὰ δὲ τὴν εἰς τὸ πλῆθος διαίρεσιν, καὶ τὴν γεννατικὴν περιουσίαν, καὶ τὴν θείαν ἑτερότητα, καὶ πρόοδον τῆς ἀπειρίας ἀπο- λαύοντα. Τὰ δὲ μαθηματικά, πέρατος μὲν ἐστὶν ἔκγονα καὶ τῆς ἀπειρίας, ἀλλ' οὐ | [4] τῶν πρωτίστων μόνον, οὐδὲ τῶν νοητῶν καὶ κρυφίων ἀρχῶν, ἀλλὰ καὶ τούτων αἱ προῆλθον μὲν ἀπ' ἐ-

nia cumulate et excellenter deducentibus: illis vero procedentibus in convenientibus mensuris: atque recipientibus ordine decenti ipsam progressionem denique quibusdam primis, nonnullis medijs, alijs extremis existentibus. Quia genera mente percepta secundum simplicem ipsorum naturam primarie fine et infinito partecipant: nempe quae pro|pter [165] unionem et ipsam, ut vocant, identitatem, seu idem et stabilem atque firmam essentiam, fine perficiuntur: propter vero divisionem quae fit in multitudinem et abundantiam habentem vim procreandi et gignendi divinamque diversitatem, et progressum infinitatem nanciscuntur. Res vero mathematicae ortae quidem sunt, cum ex fine, tum ex infinito, non tamen ex primis tantum, neque ex intelligibilibus, et occultis principijs, sed ex ijs quae progressa sunt

7 μέσων] δευτέρων G 17 τὸ *om.* F 18 γεννητικὴν GF 20-21 ἀπολαύοντα] ἀπολαμβάνοντα G 23 τῆς *om.* GF 24 μόνων GF

omnia, et separatim producentibus: his vero convenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, [*quomodo intellectilia genera his principijs participent*] et alijs quidem primis, alijs vero medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidem genera sua quadam simplici vi primum fine, infinitoque participant. quippe quae propter quidem unionem et identitatem, firmamque, ac stabilem existentiam, fine perficiuntur: propter vero divisionem in multitudinem, et copiam gignendi vim habentem, divinamque diversitatem, ac progressum, infinitatem nanciscuntur. [*Quomodo mathematica genera ex his orta sint principijs*] Mathematica autem, ex fine quidem, et infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectilibus, occultisque principijs: verum etiam ex ijs, quae ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quae

κείνων εἰς δευτέραν τάξιν, ἀπογεννᾷν δὲ μετ' ἀλλήλων ἐξαρκοῦσι τοὺς μέσους διακόσμους τῶν ὄντων, καὶ τὴν ἐν αὐτοῖς ποικιλίαν, ὅθεν δὴ καὶ ἐν τούτοις προέρχονται μὲν εἰς ἄπειρον οἱ λόγοι, κρατοῦνται δὲ ὑπὸ τῆς τοῦ πέρατος αἰτίας. ὅτε γὰρ ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἠρξάμενος ἄπαυστον ἔχει τῆς ἀπειρίας αὔξησιν: αἰεὶ δὲ ὁ ληφθεὶς πεπέρασται, καὶ ἡ τῶν μεγεθῶν διαίρεσις ἐπ' ἄπειρον χωρεῖ, τὰ δὲ διαιρούμενα πάντα ὥρισται. καὶ μετ' ἐνεργείας πεπέρασται τὰ μόρια τοῦ ὅλου: καὶ τῆς μὲν ἀπειρίας οὐκ οὔσης ἐν τῇ διαιρέσει τῶν μεγεθῶν: τάτε μεγέθη πάντα σύμμετρα ἂν ἦν: καὶ οὐδὲν ἄῤῥητον οὐδὲ ἄλογον. οἷς δὴ δοκεῖ διαφέρειν τὰ ἐν γεωμητρίᾳ τῶν ἐν τῇ ἀριθμητικῇ, καὶ οἱ ἀριθμοὶ μοὶ τὴν γόνιμον τῆς μονάδος δύναμιν οὐκ ἂν ἐδύναντο δεικνύναι, οὐδὲ ἂν πάντας

11 τῆς ἀπειρίας] τὴν GF 17 μετ'] κατ' CF 19-20 ἐν τῇ διαιρέσει τῶν μεγεθῶν D 25 τῇ *om.* GF

ab ijs ad secundum ordinem, et inter se possunt medios rerum existentium ornatus producere, et generare eam, quae in ipsis est, varietatem. Unde fit ut proportiones et rationes in mathematicis progrediantur in infinitum usque: coerceantur vero ab ea quae est finis causa. Numerus enim dum ab unitate incipit, incessabile habet incrementum infinitatis: is autem qui sumitur numerus semper est finitus: ita quoque magnitudinum divisio fit in infinitum: omnes vero quae divisae sunt magnitudines finitae existunt. ipsoque actu partes totius sunt finitae. Praeterea si infinitudo (ut ita dicam) non esset in divisione magnitudinum: tum omnes magnitudines essent commensurabiles, neque quicquam esset quod non verbis explicari aut ratione dari posset, quibus sane | [166] duobus videntur differre, ea quae sunt geometriae, ab ijs quae ad arithmeticam pertinent, neque vero numeri foecundam unitatis vim atque potentiam demonstrare possent: aut etiam

quia numerus incipit ab unitate, et in infinitum usque crescit: is vero qui sumitur, finitus semper est: sic etiam magnitudines in infinitum usque dividi possunt: cum tamen ea, quae dividuntur, sint finita, et terminata.

sunt ornatus, et varietatem, quae in ipsis reperitur invicem producere sufficiunt. Unde sane in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibentur vero ab ea, quae finis est causa. Numerus enim ab unitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque divisio in infinitum abit, omnia tamen quae dividuntur terminata sunt, totiusque particulae actu finitae existunt. [*Arguit secundo hypotheticorum modo quod finis, et infinitum mathematicarum essentiarum principia sint*] Atque adeo infinitudine quidem non existente, omnes magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quae aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non posset (quibus sane ea, quae in geometria tractantur, ab ijs, quae in arithmetica differre videntur) et numeri uberem unitatis vim ostendere minime possent, neque omnes eorum,

εἶχον τοὺς λόγους ἐν ἑαυτοῖς τῶν ὄντων, οἷον τοὺς πολλαπλασίους ἢ τοὺς ἐπιμορίους. πᾶς γὰρ ἀριθμὸς ἐξαλλάπτει τὸν λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὸν πρὸ αὐτοῦ γενόμενον ἐξεταζόμενος. τοῦ δὲ πέρατος ἀναιρεθέντος συμμετρίατε καὶ | [5] κοινωνία τῶν λόγων, καὶ ταυτότης, καὶ ἰσότης τῶν εἰδῶν, καὶ ὅσα τῆς ἀμείνονός ἐστι συστοιχείας, οὐκ ἄν ποτε ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐφαίνετο. οὐδ' ἂν ἐπιστῆμαι τῶν τοιούτων ἦσαν, οὐδὲ καταλήψεις μόνιμοι καὶ ἀκριβεῖς.

Δεῖ τοίνυν ἀμφοτέρων τῶν ἀρχῶν ὥςπερ τοῖς ἄλλοις γένεσι τῶν ὄντων: οὕτω δὴ καὶ τοῖς μαθηματικοῖς: τὰ δ' ἔσχατα, καὶ ἐν ὕλῃ φερόμενα, καὶ ὑπὸ τῆς φύσεως διαπλαττόμενα πάντως αὐτόθεν ἀμφοῖν μετέχοντα καταφαίνεται τοῦ μὲν ἀπείρου, κατὰ τὴν ὑποκειμένην αὐτοῖς ἕδραν τῶν εἰδῶν, τοῦ δὲ πέρατος κατὰ τοὺς λόγους καὶ

4 ἐξαλλάττει GF 8 ἀναιρεθέντος *om.* G 9 τῶν *om.* GF 10-11 καὶ ἰσότης τῶν εἰδῶν] εἰδῶν καὶ ἰσότης GF 12-13 συστοιχίας F 29 καὶ κατὰ G

omnes in se continerent rerum existentium rationes, utpote multiplices atque superparticulares. omnis etenim numerus immutat rationem ad unitatem et inquirit atque examinat eum qui ante ipsum est factus atque productus. Denique si finis aut finitum tolleretur, tum nunquam apparerent in mathematicis ipsa commensurabilitas, atque communitas rationum, et formarum una eadem semper essentia, et ipsa aequalitas: caeteraque omnia quae praestantioris sunt coordinationis; neque etiam harum rerum essent aliquae scientiae, aut stabiles, firmae et exactae earundem comprehensiones.

Quemadmodum igitur hisce duobus principijs opus est in omnibus rerum generibus, ita quoque ijs carere non possumus in mathematicis. Postremo vero rerum genera quaeve in materia feruntur et ab ipsa finguntur natura, omnino per se ambobus videntur fini*: infinito quidem quoad sedem formarum sibi subiectam: finito vero aut fine quoad ra-

*frui?

quae sunt rationes in seipsis complecterentur, multiplices videlicet, vel superparticulares. omnis enim numerus immutat rationem, in unitatem et † eam quae ante ipsam rationem facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine vero ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, et formarum una, eademque semper essentia, et aequalitas, et quaecunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in mathematicis praeceptionibus apparerent: neque ullae horum essent scientiae: nec firmae, ac certae comprehensiones. [*Quomodo materialia genera his duobus principijs fruantur. Epilogus*] Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quae sunt generibus, ita etiam mathematicis, ambobus hisce principijs opus est. Postrema vero, quaeque in materia feruntur, ab ipsaque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifeste videntur. Infinito quidem quo ad subiectam sibi formarum sedem: fine vero, quo ad

† eum qui ante eum ipsum est respiciens ens, [*in marg.*]

τὰ σχήματα, καὶ τὰς μορφάς. ἀλλ' ὅτι μὲν ἀρχαὶ τῶν μαθημάτων αὗταί προεστήκασιν αἱ τῶν ὄντων ἁπάντων, φανερόν.

Ὥσπερ δὲ τὰς κοινὰς πάντων ἀρχὰς τεθεωρήκαμεν καὶ δι' αὐτῶν διηκούσας τῶν μαθηματικῶν γενῶν: οὕτω δὴ καὶ τὰ κοινὰ αὐτὼν θεωρήματα, καὶ ἁπλᾶ καὶ τῆς μιᾶς ἐπιστήμης ἔγγονα τῆς πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ περιεχούσης ἀναλογιζόμεθα, καὶ ὅπως ἐφαρμόττει πάσαις, καὶ δύναται καὶ ἐν ἀριθμοῖς, καὶ ἐν μεγέθεσι, καὶ ἐν κινήσεσι, θεωρεῖσθαι σκοπή|σωμεν. [6] τοιαῦτα δὲ ἐστὶ τάτε τῶν ἀναλογιῶν, καὶ τὰ τῶν συνθέσεων καὶ διαιρέσεων, καὶ τῶν ἀναστροφῶν, καὶ ἐναλλαγῶν. ἔτι δὲ τὰ τῶν λόγων πάντων, οἷον πολλαπλασίων, καὶ ἐπιμερῶν, καὶ τῶν τούτοις ἀντι-

tiones, figuras, formasque. Quod | [167] itaque rerum mathematicarum principia haec sint praeposita, quae caeterarum omnium rerum principia existunt ex his, iam manifestum est.

Sicuti vero contemplati sumus principia omnium communia, et per mathematica genera diffusa: ita quoque ipsorum theoremata communia simpliciaque et orta ex unica atque sola scientia, quae sub se comprehendit omnes alias mathematicas scientias, considerabimus: et quomodo omnibus applicentur conveniantque ac possint cum in numeris, tum et magnitudinibus, atque motibus contemplari videbimus. Huiusmodi sunt quae traduntur de proportionibus, compositionibus, divisionibus, conversionibus, et permutationibus: immo omnia quae de omnibus rationibus dicuntur: ut sunt multiplices, superpar-

2 καὶ τῶν GF 3 μαθηματικῶν G 4 καὶ τῶν GF 6-7 πάντων ἀρχὰς] αὐτῶν ἀρχὰς G] ἀρχὰς αὐτῶν F 8 αὐτῶν] πάντων GF 13 ὁμοῦ] ἡμῶν C 14-15 περιεχούσης] ἐπεχούσης F *sv* 15 ἀναλογισώμεθα GF 26-27 ἐπιμερῶν] ἐπιμορίων (καὶ F) ἐπιμερῶν GF

rationes, et figuras, et formas. Verum quod eadem mathematicarum quoque essentiarum praeexistunt principia, quae et eorum omnium, quae sunt, manifestum est.

(Quaenam sint communia mathematicarum essentiarum theoremata. Cap. III)

Quemadmodum autem communia ipsarum principia, et per omnia mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodem sane modo communia quoque ipsarum theoremata, et simplicia, [*divina scientia*] et ab una scientia orta, quae cunctas simul mathematicas cognitiones in unum continet, considerabimus. [*communes mathematicae considerationes*] et quomodo omnibus congruant, possintque tum in numeris, tum in magnitudinibus, tum in motibus inspici, perscrutabimur. Huiuscemodi autem sunt, omnia proportionum, et compositionum, et divisionum, et conversionum, et alternarum immutationum: itemque rationum omnium, ut multiplicium, et superpar-

Propositiones vero mathematicae communes sunt istae, in quibus contemplamur λόγους, ἀναλογίας, συνθέσεις, διαιρέσεις, ἀναστροφάς, ἐναλλαγάς, τὸ ἴσον, τὸ ἄνισον, id est, rationes, proportiones, compositiones, divisiones, conversiones, alternas per-

κειμένων, καὶ ἁπλῶς τὰ περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον καθόλου θεωρούμενα, καὶ κοινῶς, οὐ καθόσον ἐστὶν ἐν σχήμασι ἢ ἀριθμοῖς ἢ κινήσεσιν: ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὐτὸ τούτων ἑκάτερον φύσιν τινα ἔχον κοινήν, καὶ γνῶσιν ἑαυτοῦ παρεχόμενον ἁπλουστέραν.

Καὶ μὲν καὶ τὸ κάλλος, καὶ ἡ τάξις κοινὴ πάντων ἐστὶ τῶν μαθημάτων, καὶ ἡ ἀπὸ τῶν γνωριμωτέρων ὁδὸς ἐπὶ τὰ ζητούμενα, καὶ ἡ ἐκ τούτων ἐπ' ἐκεῖνα μετάβασις, ἃς δὴ καλοῦσιν ἀναλύσεις, καὶ συνθέσεις.

Ἥ τε ὁμοιότης καὶ ἡ ἀνομοιότης τῶν λόγων, οὐδ' ὁτιοῦν τῶν μαθηματικῶν γενῶν ἀπολείπουσι, καὶ γὰρ σχήματα τὰ μὲν ὅμοια, τὰ δ' ἀνόμοια λέγομεν, καὶ τοὺς ἀριθμοὺς ὡσαύτως τοὺς μὲν ὁμοίους, τοὺς δὲ ἀνομοίους. καὶ ὅσα κατὰ τὰς δυνάμεις ἀναφαίνεται, πᾶσιν ὁμοίως προσήκει τοῖς μαθήμασι τῶν μὲν δυναμένων, τῶν δὲ δυ-

10 καὶ μὴν GF 11 κοινὰ GF
23 τοῦς *om.* GF 27 ἀναφαίνονται G

ticulares, superpatientes et quae his opponuntur, et ut uno dicam verbo, quae universaliter et communiter circa aequale et inaequale versantur atque considerantur: non quatenus haec figuris, aut numeris, vel motibus insunt, sed utrumque horum per se, quatenus naturam habet quandam communem: et sui cognitionem praebet simpliciorem.

Atqui pulchritudo quoque et ordo communis | [168] est omnibus scientijs mathematicis et via seu methodus quae fit a notioribus ad ea quae in quaestione sunt proposita, et ab his ad illa reditus, quae appellantur resolutiones et compositiones.

Similitudo quoque et dissimilitudo rationum, nullo modo a mathematicis generibus recedunt, quia figuras quasdam similes, quasdam dissimiles nominamus, eodem modo et numeros alios similes, alios dissimiles dicimus. Denique quaecunque iuxta potentias apparent omnibus simul conveniunt mathematicis. quorum alia possunt, alia vero poten-

mutationes, aequale, et inaequale.

deinde τὸ κάλλος, καὶ τάξις, ipsaque μέθοδος.

praeterea ὁμοιότης, καὶ ἀνομοιότης, similitudo, et dissimilitudo rerum in figuris, numeris, et motibus universaliter considerantur.

ticularium, et superpartientium, hisque oppositorum: et prorsus quae circa aequale, et inaequale universe, et communiter considerantur, non quatenus in figuris, vel numeris, vel motibus sunt, sed quatenus per se unumquodque horum naturam quandam habet communem, suique simpliciorem praebet cognitionem. Atqui pulchritudo quoque, et ordo omnibus communia sunt mathematicis disciplinis, et a notioribus ad ea, quae quaeruntur via, et ab his ad ea transitus, quae sane resolutiones et compositiones appellantur. Similitudo praeterea, atque dissimilitudo rationum nequaquam a mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidem similes, alias vero dissimiles dicimus: eodemque modo numeros alios quidem similes, alios vero dissimiles. Praeterea quaecunque iuxta potentias apparent, cunctis similiter conveniunt mathematicis, tum eorum, quae possunt, tum etiam eorum, quae potentijs illis sub-

ναστενομένων. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ Σωκράτης ταῖς μούσαις ὑψηλολογουμέναις ἀνέθηκε | [7] τὰ κοινὰ πάντων μαθηματικῶν λόγων ἐν πέρασιν ὡρισμένοις περιλαβών, καὶ προστησάμενος ἐν τοῖς εἰρημένοις ἀριθμοῖς. ἐφ' ὧν δὴ καὶ τὰ μέτρα τῆς τε εὐγονίας καὶ τῆς ἐναντίας πρὸς ταύτην ἀγονίας καταφαίνεται.

Δεῖ δὲ τὰ κοινὰ ταῦτα μήτε ἐν τοῖς πολλοῖς καὶ διῃρημένοις εἶδεσι πρώτως ὑφεστάναι νομίζειν, μήτε ὑστέρως, ἢ καὶ ἐκ τῶν πολλῶν ἔχοντα τὴν γένεσιν, ἀλλ' ὡς πρὸ αὐτῶν ἑστῶτα καὶ τῇ ἁπλότητι καὶ ἀκριβείᾳ διαφέροντα τίθεσθαι. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ ἡ γνῶσις αὐτῶν προηγεῖται τῶν πολλῶν γνώσεων, καὶ δίδωσι τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασι, καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται.

Λεγέτω γὰρ ὁ γεωμέτρης ὅτι τεσσάρων ὄντων μεγεθῶν

tijs sunt subiecta. Quae quidem Socrates in libris de Repub.[1] dicavit Musis, de rebus arduis et sublimibus disserentibus. comprehendens haec communia rationum mathematicarum in terminis atque limitibus definitis, atque confirmans in praedictis numeris, in quibus etiam mensurae apparent, foecunditatis, et quae huic est contraria, sterilitatis.

Neque vero existimandum est haec communia primo subsistere et esse in multis atque divisis formis neque postremo, aut ex multis ortum habere: sed quod praecedant ipsas et antecellant simplicitate atque certitudine, ponendum erit. ideoque horum cognitio praecedit multas | [169] alias notiones, et ipsis subministrat principia et multae circa ipsam subsistunt: immo ad eam referuntur. Geometra enim dicet, quod si quatuor fuerint

5 τῶν μαθηματικῶν F 8-9 ἀφ' ὧν CF 10 ἐγγονίας G] εὐγωνίας C 11 ἀγωνίας G 13 δὲ ἄρα GF 17 ἢ *om.* GF || ἐκ τῶν] αὐτῶν G 20 τῇ *om.* GF 30 τεττάρων GF

[1] *In marg.*: Lib. 8.

haec inquam omnia, et his similia unaquaeque disciplina ad suam accommodat rem subiectam, eaque ei inesse proprijs confirmat rationibus.

ijciuntur. Quae sane et Socrates in libris de Republica [*in 8. de Rep.*[3] *- idem inferius in cap. 8 et in com. 13 libri 2.*[4]] Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicavit. quippe qui communia cunctis mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque numeris obfirmavit, in quibus sane mensurae quoque ubertatis, huicque contrariae sterilitatis apparent.

(Communia haec quomodo subsistant, et a qua considerentur scientia. Cap. IV)

[*Conclusio.*] Oportet autem communia haec non utique in multis, et divisis formis primo subsistere arbitrari, neque postremo, et ex multis ortum habere: verum, ut praecedentia ipsas, simplicitateque, et certa quadam ratione excellentia ponere. [*conclusionis probatio*] iccirco enim cognitio quoque ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, et eae multae circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur. dicat enim geometra quod quatuor magnitudinibus

[3] *Repubblica*, VIII, 545 d - 547 a.

[4] Proclo ritorna sul numero geometrico più oltre, nell'VIII cap. di questo I libro (v. sopra, pp. 28, 30) secondo la vers. lat. di Barozzi, che annota in margine: « Numerus geometricus Platonis, quo nihil obscurius ut ait Cicero. de quo dicendum in commentariis nostris ». Barozzi se ne occupò *ex professo* nel *Commentarius in locum Platonis* del 1566 (v. sopra, p. 46 n. 20), opera nella quale si incontra uno sviluppo di questa

ἀνάλογον: καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται: καὶ δεικνύτω κατὰ τὰς οἰκείας ἀρχάς, αἷς ὁ ἀριθμητικὸς οὐκ ἄν ποτε χρήσαιτο. καὶ αὖ ὁ ἀριθμητικός, ὅτι τεσσάρων ὄντων ἀριθμῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ τοῦτο ἀπὸ τῶν τῆς οἰκείας ἐπιστήμης ἀρχῶν.

Τίς οὖν ὁ καθ' ἑαυτὸν γνωρίζων τὸ ἐναλλάξ, εἴτε ἐν μεγέθεσιν, εἴτε ἐν ἀριθμοῖς, καὶ τὴν | [8] διαίρεσιν τῶν συγκειμένων μεγεθῶν ἢ ἀριθμῶν, καὶ τὴν σύνθεσιν ὡσαύτως τῶν διῃρημένων; οὐ γὰρ δέ που τῶν μὲν μεριστῶν εἰσὶν ἐπιστῆμαι καὶ γνώσεις: τῶν δὲ αὖ ἀΰλων, καὶ τῆς νοερᾶς θεωρίας ἐγγυτέρω τεταγμένων οὐδεμίαν ἔχομεν ἐπιστήμην, ἀλλὰ πολλῷ πρότερον ἡ ἐκείνων γνῶσις ἐστὶν ἐπιστήμη, καὶ ἀπ' ἐκείνης αἱ πολλαὶ τοὺς κοινοὺς ἀποδέχονται λόγους: καὶ μέχρι

magnitudines proportionales, etiam permutatim proportionales erunt: atque haec demonstrabit ex suis proprijs principijs, quibus arithmeticus nunquam utetur. sic et arithmeticus dicet, quod si quatuor numeri fuerint proportionales: etiam permutatim erunt proportionales, idque etiam demonstrabit ex suis scientiae proprijs principijs.

Quis ergo considerat per se illud quod dicitur permutatim esse, sive sit in magnitudinibus, sive in numeris, ita etiam divisionem magnitudinum compositarum, aut numerorum additorum, similiter et compositionem eorum quae divisa sunt? non enim scientiae et notiones erunt rerum partibilium: illarum vero rerum quae absque materia sunt et intelligenti contemplationi proximiora, nullam habebimus scientiam. Verum longe prius cognitio harum rerum erit scientia, et ab ea multae aliae rationes communes accipiunt:

1-2 καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται] ἔσται καὶ τὸ ἐναλλὰξ GF 6 τετράρων GF 9 τῶν *om.* G 20 τῶν δ' ἂν ἀΰλων G 26-27 ὑποδέχονται GF

proportionalibus existentibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc proprijs principijs, quibus arithmeticus nunquam uteretur. dicat similiter arithmeticus quod quatuor numeris proportionalibus existentibus, alternatim quoque proportionales erunt. hocque ex proprijs scientiae suae ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam rationem per se cognoscit, sive in magnitudinibus illa sit, sive in numeris? compositarumque magnitudinum, vel numerorum divisionem, et divisarum similiter compositionem? non sunt certe partibilium quidem scientiae, et cognitiones. eorum autem, quae sine materia sunt, et quae propius intelligentem contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multo prius illorum cognitio scientia est. [*communia haec neque a naturali scientia, neque a mathematica cognoscuntur, sed a divina*] et ab illa scientiae multae communes suscipiunt

nota marginale: « M. Tullius in libro septimo ad Atticum inquit: 'plane non intellexi, est enim numero Platonis obscurius.' Marsilius Ficinus in suo argumento in octavum de Rep. Platonis habet haec verba. Quoniam vero eiusmodi causae assignatio praesentis, civilisque facultatis terminos procul excedit; ideo Socrates vaticinio Musarum utitur, et profecto ita utitur, ut et nobis ad haec interpretanda opus sit Apollinis vaticinio. nec immerito Tullius ubi rem esse obscurissimam breviter vult exprimere, id inquit numero Platonis obscurius. Neque miror Theonem Smyrnaeum mathematicae in primis platonicae professorem eiusmodi mysterium tanquam inexplicabile astute praetermisisse » (p. 4).

τοσούτων γνώσεων ἡ ἄνοδος ἀπὸ τῶν μερικωτέρων ἐπὶ τὰς καθολικωτέρας ἕως ἂν ἐπ' αὐτὴν ἀναδράμωμεν τὴν τοῦ ὄντος ᾗ ὄν ἐστὶν ἐπιστήμην: αὕτη γὰρ οὐ τὰ καθ' αὐτὰ τοῖς ἀριθμοῖς ὑπάρχοντα σκοπεῖν ἀξιοῖ οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς, ἀλλὰ τῶν ὄντων ἁπάντων τὴν μίαν καὶ μόνην οὐσίαν καὶ ὕπαρξιν θεωρεῖ. καὶ διὰ τοῦτο πασῶν ἐστὶ τῶν ἐπιστημῶν περιληπτικωτάτη, καὶ πᾶσαι παρ' ἐκείνης λαμβάνουσι τὰς ἀρχάς. Ἀεὶ γὰρ αἱ ἀνωτέρω ταῖς ὑπ' αὐτὰς παρέχουσι τὰς πρώτας τῶν ἀποδείξεων ὑποθέσεις. ἡ δὲ τελειοτάτη τῶν ἐπιστημῶν ἁπάσαις ἀφ' ἑαυτῆς ἐνδίδωσι ταῖς μὲν ὁλικωτέρας, ταῖς δὲ μερικωτέρας ἀρχάς.

Διὸ καὶ ὁ ἐν θεαιτήτῳ Σωκράτης παιδείαν σπουδῇ κεραννὺς, περιστεραῖς μὲν ἀπεικάζει | [9] τὰς ἐν ἡμῖν ἐπιστήμας. πετέσθαι δὲ αὐτὰς φησὶ τὰς μὲν κατ' ἀγέλας, τὰς δὲ καὶ χωρὶς ἀπὸ

1 τοσούτου F *sv* || ἡ *om.* F 3 καθολικωτέρας] ὁλικωτέρας GF *sv* 22-23 ταῖς δὲ μερικωτέρας *om.* G 25 παιδιὰν F

atque ascensus fit usque ad eiusmodi cognitiones a particularioribus ad universaliores: donec incurramus in ipsam scientiam eius quod est, quatenus est. Ea enim non dignatur quae per se nu|meris [170] insunt, aut ea quae communiter omnibus quantitatibus conveniunt: sed omnium rerum quae sunt et existunt unam atque solam substantiam et essentiam contemplatur. Ideoque ipsa est omnium scientiarum capacissima atque perfectissima: omnesque aliae ab hac accipiunt sua principia. Semper enim superiores scientiae inferioribus praebent primas ipsarum demonstrationum hypotheseis, haec vero quae est omnium scientiarum perfectissima et ex semetipsa largitur atque praebet, alijs quidem scientijs magis universalia, alijs vero magis particularia principia.

Ideoque Socrates in Theaeteto iocosa commiscens serijs: comparat ipsas scientias quae in nobis sunt columbis, easque ait volare, alias quidem gregatim, alias vero seorsum se-

rationes. et ad tantas usque cognitiones fit ascensus a magis particularibus, ad magis universales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est revertamur scientiam. ipsa enim non quae numeris per se insunt, neque adeo quae omnibus communia sunt quantitatibus contemplari aequum sibi censet: sed cunctorum, quae sunt unam, et firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. [*Divina scientia omnium scientiarum capacissima, quam Aristoteles dominam scientiarum vocat in primo post. tex. 23.*[5]] Et proinde omnium est scientiarum capacissima, et ab illa caeterae sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas demostrationum suppositiones praebent. illa autem, quae scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis universalia, alijs vero particularia magis. Ideo et in Theaeteto Socrates[6] iocosa serijs commiscens, columbis quidem scientias, quae in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias vero seorsum quoque ab

[5] *An. post.*, I, 9, 76 a 16-20; 11, 17 a 26-32.
[6] *Teeteto*, 197 c - 198 b.

τῶν ἄλλων. αἱ μὲν γὰρ κοινώτεραι καὶ ὁλικώτεραι πολλὰς ἐν ἑαυταῖς περιέχουσι μεριχωτέρας, αἱ δὲ τῶν διῃρημένων κατ' εἴδη γνωστῶν ἐφαπτόμεναι, διεστήκασιν ἀλλήλων, καὶ ἀσύναπτοι πρὸς ἀλλήλας εἰσίν, ἀπὸ διαφερουσῶν ὡρμημέναι τῶν πρώτων ἀρχῶν.

Μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθημάτων, ἡ τὰ κοινὰ, καὶ διὰ πάντων διήκοντα τῶν γενῶν γνωρίζουσα, καὶ πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις χορηγοῦσα τὰς ἀρχάς.

Καὶ μέχρι τοῦδε ἐν ἡμῖν ἡ περὶ τούτων ἀφωρίσθω ἡ διδασκαλία.

[V] πάλιν δὲ ἐκεῖνα θεωρήσομεν, ὅπως ὁ Πλάτων θριγκὸν τῶν μαθημάτων ἐν πολιτείᾳ τὴν διαλεκτικὴν προσείρηκεν, καὶ ὅστις ὁ σύνδεσμος αὐτῶν (ὥσπερ ἐπινομίδα συνδεῖς παραδίδωσι) καὶ λέγωμεν, ὅτι, καθάπερ

gregatas a caeteris. Scientiae enim quae magis universales sunt, continent in se multas alias particulariores, atque illae quae attingunt res sub cognitionem cadentes in formasque divisas distant atque differunt inter se: neque sese mutuo contingunt, tanquam illae quae ortae sunt a differentibus primis principijs.

Quapropter antecedat omnes alias scientias et disciplinas una aliqua scientia: quae communia et per omnia genera diffusa theorema|ta [171] cognoscit atque omnibus mathematicis scientijs sua principia suppeditat.

Atque hucusque descripta sit doctrina harum rerum: nunc vero haec considerabimus quomodo Plato in lib. de Repub.[2] dialecticam appellauit verticem seu fastigium disciplinarum mathematicarum et quae nam sit eorum (ut tradit ille qui conscripsit Epinomidem) coniunctio. Dicemus er-

[2] *In marg.*: Lib. 7.

2 καὶ ὁλικώτεραι *om.* G 3 αὐταῖς G 19-20 ἐν ... ἀφωρίσθω GF] ἄν ... ἀφωρίσθη D 20 τούτων] αὐτῆς GF || ἡ (2) *om.* GF 22 πάλιν δὲ] Εἶεν δὴ οὖν (οὖν δὴ G). πάλιν GF 23 θεωρήσωμεν F 24 θριγὸν F

alijs. nam quae quidem magis communes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quae vero in formas distributa ea, quae cognitioni subijciuntur attingunt, inter se distant, nulloque modo invicem copulari queunt, quandoquidem a differentibus sint excitatae primis principijs. [*Epilogus. Prima philosophia, quam Plato dialecticam vocat in septimo de Rep.*[7]] Una igitur scientia omnes scientias, et doctrinas praecedat, quippe quae communia, et per omnia genera permeantia cognoscat cunctisque mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusque de ipsa doctrina nostra terminetur.

(Quomodo dialectica mathematicarum scientiarum vertex sit, et quae sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIV)

Atque haec posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Plato [*in 7. de Repub.*[8]] dialecticam mathematicarum disciplinarum verticem, sive fastigium in libris de Republica nuncupavit, et quae nam ipsarum coniunctio sit, ut tradit etiam ille, qui Epinomidem [*vide Epinomidem*[9] *quem Platoni ascribunt*] composuit. Et dicamus,

[7] *Repubblica*, VII, 532 a-b, 533 c-d, 537 c-d.
[8] *Repubblica*, VII, 534 e - 535 a.
[9] Proclo fu uno dei pochi nell'antichità a negare l'autenticità platonica

ὁ νοῦς ὑπερίδρυται τῆς διανοίας, καὶ χορηγεῖ τὰς ἀρχὰς, ἄνωθεν αὐτῇ, καὶ τελειοῖ τὴν διάνοιαν ἀφ' ἑαυτῆς: κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ διαλεκτικὴ φιλοσοφίας τὸ καθαρώτατον μέρος προσεχῶς οὖσα, ὑπερήπλωται τῶν | [10] μαθηματικῶν, καὶ περιέχει τὴν ὅλην αὐτῶν ἀνέλιξιν, καὶ δίδωσι ἀφ' ἑαυτῆς ταῖς ἐπιστήμαις αὐτῶν δυνάμεις παντοίας τελεσιουργοὺς καὶ κριτικὰς καὶ νοεράς: τὴν ἀναλυτικὴν λέγω, καὶ τὴν διαιρετικὴν, καὶ τὴν ὁριστικὴν, καὶ τὴν ἀποδεικτικήν. ἀφ' ὧν δὴ χορηγουμένη, καὶ τελειουμένη ἡ μαθηματικὴ, τὰ μὲν διὰ ἀνάλύσεως εὑρίσκει, τὰ δὲ διὰ συνθέσεως. καὶ τὰ μὲν διαιρετικῶς ὑφηγεῖται, τὰ δὲ ὁριστικῶς, τὰ δὲ διὰ ἀποδείξεως καταδεῖται τῶν ζητουμένων. καὶ συναρμόζουσα μὲν τοῖς ὑποκειμένοις ἑαυτῆς τὰς μεθόδους ταύτας, χρωμένη δὲ καὶ ἑκάστῃ πρὸς τὴν θεω-

go quod sicuti mens est superior cogitatione et ratione, et ipsi desuper suppeditat principia, atque ex sese perficit rationem, simili modo dialectica existens purissima philosophiae pars proxime vincit mathematicas disciplinas simplicitate, rerumque ipsarum orbem comprehendit, atque a sese scientijs mathematicis suggerit varias vires, habentes vim perficiendi et iudicandi atque intelligendi. Resolutionem dico et divisoriam et definitoriam, atque demonstrantem, a quibus adiuta et perfecta fit mathematica, dum quaedam invenit per resolutionem, alia per compositionem, nonnulla explicat definitionibus, sunt denique eorum quae quaeruntur, quae colligit per demonstrationem, atque has methodos applicat convenienter rebus sibi subiectis, atque utitur singulis, ad contemplan-

27-28 αὐτῶν ... ἐπινομίδα] αυτῶ νοητὴν ἐπινομηδη G] αὐτῶν, ὃν τὴν ἐπινομίδα F 28 καὶ παραδίδωσι G 29 λέγω μεν G] λέγομεν CF 5 τὰ αὐτὰ δὴ (δὲ G) F 7 μέρος *om.* G 8 οὖσα *post* φιλοσοφίας (6) GF 9 μαθημάτων CF 12-13 δυνάμεις *post* δίδωσι (11) GF 26 καὶ *om.* CF || μὲν *om.* G 27 ἑαυτῃ F 29 καὶ *om.* F

quod quemadmodum mens cogitatione superior est, et principia desuper ipsi suppeditat, cogitationemque ipsam ex sese perficit, eodem sane modo dialectica quoque purissima philosophiae pars existens, simplicitate mathematicas disciplinas proxime vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque a se se suggerit ipsarum scientijs varias, perficiendi, et iudicandi, et intelligendi vim habentes. Resolventem inquam, et dividentem, et definientem, et demonstrantem: a quibus sane adiuta, et perfecta mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem invenit, alia vero per compositionem: atque alia quidem dividendo explanat, alia vero definiendo: alia autem eorum, quae quaeruntur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, unaquaque autem harum utens ad inspi-

dell'*Epinomide*; di qui l'espressione τὴν ἐπινομίδα συνθεὶς nel *Commento*. Quest'autore da coloro che negano l'attribuzione platonica viene identificato con Filippo di Opunte, discepolo di Platone, che curò l'edizione delle *Leggi*, di cui l'*Epinomide* è un completamento. Cfr. PLATON, *Oeuvres complètes*, t. XII, ... *Epinomis*, par E. des Places, Parigi 1956, pp. 97-105. Per il brano cui pensiamo si riporti Proclo (991 a - 992 a) si veda in questa ed. di des Places a p. 159.

ρίαν τῶν μέσων λόγων. ὅθεν δὴ καὶ αἱ ἀναλύσεις ἐπ' αὐτῆς, καὶ αἱ διαιρέσεις, καὶ αἱ ἀποδείξεις οἰκείαιτε, καὶ κατὰ τὸν τρόπον τῆς μαθη- 5 ματικῆς γνώσεως ἀνελίσσονται.

Θρίγκος οὖν εἰκότως ἐστὶν ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων, πᾶν τὸ νοερὸν αὐτῶν 10 τελειοῦσα καὶ τὸ ἀκριβὲς ἀνελεγκτότερον ἀπεργαζομένη, καὶ τὸ ἀκίνητον μόνιμον ὡσαύτως διαφυλάττουσα, καὶ τὸ ἄϋλον, καὶ τὸ κα- 15 θαρὸν εἰς τὴν ἁπλότητα τὴν τοῦ νοῦ, καὶ τὴν ἀϋλίαν ἀναφέρουσα, καὶ τάς τε ἀρχὰς αὐτῶν τὰς πρώτας ἀφορίζουσα, διὰ τῶν λόγων, καὶ 20 τὰς τῶν γενῶν καὶ εἰδῶν τῶν ἐπ' αὐτὰ διακρίσεις ἐμφαίνουσα τάς τε συνθέσεις τὰς ἐκ | [11] τῶν ἀρχῶν, εἰς τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς προα- 25 γούσας, καὶ τὰς ἀναλύσεις τὰς ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ τὰς ἀρχὰς ἐπανιούσας ἀναδιδάσκουσα.

das res medias. unde et resolutiones in ea sunt, atque divisiones, | [172] et demonstrationes propriae, quaeve volutantur secundum modum mathematicae cognitionis.

Quare dialectica merito est mathematicarum disciplinarum vertex veluti et fastigium, quia perficit omne quod in ipsis est intelligens, ipsamque reddit certitudinem minus reprehensibilem, et custodit quod firmum et immobile est, refert etiam immateriale, et purum, ad simplicitatem mentis et immaterialitatem. Praeterea ipsarum disciplinarum mathematicarum principia prima distinguit definitionibus: declarat quoque distinctiones generum et specierum: denique docet compositiones, quae producunt ex principijs ea, quae principia sequuntur, et resolutiones, quae ad prima ipsaque principia revertuntur.

2 ἐπ'] ἀπ' G 2-3 αὐτοῖς C 3 καὶ αἱ] καὶ οἱ ὁρισμοὶ καὶ αἱ GF 4 οἰκείαιτε] οἰκεῖαι τέ εἰσι GF 6 γνώσεως] ἀποδείξεως C 8 Θρίγκὸς G] θριγχὸς F 12 ἀναλυκτότερον G] ἀνελεκτότερον C 22 ἐπ'] ὑπ' F 24 εἰς *om.* GF 27 τάς τ' ἐπὶ CF

Praeterea mathematicarum disciplinarum fastigium et vertex quasi est ipsa ἀποδεικτική, quia per ipsam hae scientiae perficiuntur, dum definitionibus, divisionibus, demonstrationibus, et quicquid harum rerum est, utuntur.

ciendos medios sermones suos. Unde porro et resolutiones in ipsa, et definitiones, et divisiones, ac denique demonstrationes propriae sunt, volutanturque secundum mathematicae cognitionis modum. Non immerito igitur dialectica mathematicarum est veluti vertex, et fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: et quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter ut est custodiat stabile: et quod materiae est expers, et purum, ad mentis simplicem, a materiaque seclusam naturam referat: ipsarum praeterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, et formarum, quae sub ipsis sunt generibus discretiones ostendat: compositiones insuper, quae ex principijs producunt ea, quae consequuntur principia: nec non resolutiones, quae ad prima, ac principia consurgunt, scanduntque edoceat. [*Coniunctio mathematicarum non est proportio, ut voluit Eratosthenes* [10]]

[10] Eratostene di Cirene (III a. C.) scrisse un'opera sulle proporzioni, Περὶ μεσοτήτων (cfr. PAPPI ALEXANDRINI *Collectionis quae supersunt*..., ed. Fr. Hultsch, Berlino 1876-77, vol. II, pp. 636 e 672). Frammenti conservatici da Teone di Smirne, e riportabili a quest'opera, collimano con l'opinione attribuitagli qui da Proclo. Cfr. *Eratosthenica*, ed. G. Bernhardy, Berlino 1822, pp. 170-171.

Καὶ μὴν καὶ τὸν σύνδεσμον τῶν μαθημάτων οὐ τὴν ἀναλογίαν, ὥσπερ Ἐρατοσθένης οἴεται, θετέον: ἡ γὰρ ἀναλογία τῶν κοινῶν τοῖς μαθήμασιν, ἔν τι καὶ λέγεται εἶναι καὶ ἐστὶ: πολλὰ δὲ αὖ καὶ ἄλλα διήκει διὰ πάντων (ὡς εἰπεῖν) τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τῇ κοινῇ φύσει τῶν μαθημάτων: ἀλλ' ὡς ἡμεῖς φαμὲν, προσεχὴς μὲν ἐστὶν αὐτῶν σύνδεσμος ἡ μία καὶ ὅλη μαθηματικὴ τὰς πασῶν τῶν καθ' ἕκαστα ἐπιστημῶν ἀρχὰς ἁπλούστερον ἐν ἑαυτῇ περιέχουσα: καὶ τήν τε κοινωνίαν αὐτῶν, καὶ τὴν διαφορὰν ἐπεσκεμμένη, καὶ ὅσα τὰ αὐτὰ ἐν πάσαις ἀναδιδάσκουσα, καὶ ὅσα πλείοσιν ὑπάρχει, καὶ ὅσα ἐλάττοσι. καὶ ἐπὶ ταύτην ἀπο τῶν πολλῶν ἡ ἄνοδος τοῖς κατὰ τρόπον μανθάνουσιν.

Ἀνωτέρω δ' ἔτι ταύτης ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων εἴη σύνδεσμος: ἣν καὶ

22 ὑπάρχει] ὑπερέχει G 26 Ἀνωτέρω] ἑκατέρα G] ἀνωτέρα C 28 ἂν εἴη F

Caeterum et coniunctio mathematicarum disciplinarum non est ponenda ipsa proportio, ut vult Eratosthenes, quia proportio unum quoddam dicitur esse, et est ex eorum numero quae communia sunt mathematicis rebus: multaque alia ad omnes (ut ita dicam) mathematicas scientias referuntur, quaeque communi quadam natura rebus mathematicis per se insunt. Sed ut nos dicimus proxima illarum coniunctio est unica et tota illa mathe|matica [173] quae in se complectitur quodam simpliciori modo principia omnium singularumque scientiarum: quaeve considerat earum communionem et earundem differentiam, atque docet quae eadem omnibus, et quae pluribus quaeque paucioribus insint, et ad hanc a multis fit reditus, ijs qui bene et apte discunt.

Hac vero superior est dialectica[3], coniunctio mathematicarum disciplinarum, quam

[3] *In marg.*: Prima philosophia.

Caeterum coniunctio quoque mathematicarum disciplinarum, non ut censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidem proportio unum quiddam eorum, quae mathematicis communia sunt dicitur esse, et est. Multa vero praeterea alia spectant ad omnes (ut paucis rem complectamur) mathematicas disciplinas, quae per se insunt communi mathematicarum naturae. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio una, et tota mathematica, quae omnium scientiarum speciatim principia simpliciori quodam modo in seipsam complectitur: et communitatem earum, atque differentiam considerat: et quaecunque eadem in his omnibus reperiantur edocet: et quaecunque pluribus insint: et quaecunque paucioribus. et ad alijs permultis ad hanc ijs, qui apte discunt fit reversio. [*Secunda mathematicarum coniunctio*] Hac autem superior dialectica quoque mathematicarum disciplinarum coniuctio est. Quam ver-

θρίγκον αὐτῶν (ὡς ἔφην) ἐν πολιτείᾳ προσείρηκεν. αὐτὴ γὰρ καὶ τὴν ὅλην μαθηματικὴν τελειοῖ, καὶ εἰς νοῦν ἀναπέμπει ταῖς ἑαυτῆς δυνάμεσι καὶ ἐπιστήμην ὄντως ἀποφαίνει, καὶ μόνιμον, καὶ ἀνέλεγκτον ἀπεργάζε|ται. [12]

Τρίτην δ' ἂν ἔχοι τάξιν ἐν τοῖς συνδέσμοις ὁ νοῦς αὐτός, ὁ πάσας τὰς διαλεκτικὰς δυνάμεις ἐν ἑαυτῷ μονοειδῶς περιέχων, καὶ τὴν ποικιλίαν αὐτῶν διὰ τῆς ἁπλότητος, καὶ τὸν μερισμὸν διὰ τῆς ἀμεροῦς γνώσεως, καὶ τὸ πλῆθος διὰ τῆς ἑνούσεως συνάγων. αὐτὸς δὴ οὖν συμπτύσσει μὲν τὰς ἀνελίξεις τῶν διαλεκτικῶν μεθόδων: συνδεῖ δὲ ἄνωθεν πᾶσαν τὴν διέξοδον τῶν μαθηματικῶν λόγων. τέλος δ' ἐστὶ τὸ ἄριστον τῆς ἀναγώγου πορείας, καὶ τῆς γνωστικῆς ἐνεργείας. ταῦτά μοι καὶ περὶ τούτων διωρίσθω.

[VI] Τὸ δὲ αὐτὸ τοῦτο τὸ ὄνομα τῆς μαθηματικῆς καὶ

1 θριγκὸν G] θριγχὸν F 2-3 αὔτη F 29-30 αὐτὸ . . . ὄνομα] αὖ ὄνομα αὐτὸ τοῦτο GF

verticem earum (ut iam dixi) in Politeia Plato appellavit, illa enim et ipsam universam mathematicam perfectam reddit, et ad mentem remittit suis potentijs, et ostendit vere esse scientiam, redditque eam firmam et irreprehensibilem.

Tertium tenet locum inter has coniunctiones disciplinarum mathematicarum ipsa mens: quae in sese uniformiter comprehendit omnes dialecticas potentias, earumque varietatem simplicitate sua et partitionem impartibili cognitione: atque multitudinem unione collegit atque contrahit. Quare mens ipsa congregat dialecticarum methodorum involutiones atque diverticula, superne vero omnem progressionem mathematicarum rerum atque tractationum colligit: optimus denique finis, cum facultatis educendi suasum, tum etiam acti|onis [174] cognoscendi. atque haec sint de his dicta.

Nomen vero mathematicae ipsum et ipsarum disciplinaticem etiam ipsarum, ut iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocavit: ipsa siquidem totam mathematicam perficit, ad mentemque potentijs suis reducit, et vere ostendit esse scientiam, et certam efficit, nullique reprehensioni obnoxiam. [*Tertia mathematicarum coniunctio*] Tertium vero inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quae cunctas dialecticas potentias uniformiter in se se comprehendit: ipsarumque varietatem, sua simplicitate: et partitionem, impartibili cognitione: moltitudinemque, unione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem dialecticarum viarum involutiones, ac diverticula, colligit vero superne omnem mathematicorum sermonum †cogitationem: finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis ††longe optimus. Haec de his quoque a me enucleata sint.

(Mathematices nomen unde sit ortum. Cap. XV)

Rursus autem hoc nomen mathematicae, mathematicarumque disciplina-

† progressum [*in marg.*]
†† ipsum optimum [*in marg.*]

τὸ τῶν μαθημάτων πόθεν ἂν φαῖμεν ὑπὸ τῶν παλαιῶν ταῖς ἐπιστήμαις ταύταις ἀποδεδόσθαι; καὶ τίνα ἂν ἔχοι προσήκοντα λόγον; 5

Δοκεῖ δὴ μοὶ μὴ τῶν ἐπιτυχόντων εἶναι (καθάπερ δὴ τὰ πολλὰ τῶν ὀνομάτων) ἡ τοιαύτη τῆς ἐπιστήμης τῶν διανοητικῶν λόγων προσηγορία: ἀλλ' ὥσπερ δὴ ἐστι καὶ λέγεται τῶν πυθαγορείων κατειδότων μὲν, ὅτι πᾶσα ἡ καλουμένη μάθησις, ἀνάμνησίς ἐστιν οὐκ ἔξωθεν ἐντιθεμένη ταῖς ψυχαῖς, ὥσπερ τὰ ἀπὸ | [13] τῶν αἰσθητῶν φαντάσματα τυποῦται ἐν τῇ φαντασίᾳ: οὐδὲ ἐπεισοδιώδης οὖσα καθάπερ ἡ δοξαστικὴ γνῶσις, ἀλλ' ἀνεγειρομένη μὲν ἀπὸ τῶν φαινομένων, προβαλλομένη δ' ἔνδοθεν ἀπ' αὐτῆς τῆς διανοίας εἰς ἑαυτὴν ἐπιστρεφομένης.

Κατειδότων δὲ αὖ καὶ ὅτι ὁ Πλάτων φησὶν τὰς ἀναμνήσεις διαφερόντως

6 δὴ] δὲ G || μὴ] καὶ G 11 ἐστὶ *om.* GF 27 ὁ Πλάτων φησὶν *om.* GF 27-196,3 τὰς ἀναμνήσεις... διαφερόντως *om.* G

rum mathematicarum unde nam dicemus impositum esse his scientijs ab antiquis, et quam habebit nominis appellationisque convenientem rationem?

Videtur itaque mihi quod non temere a quibuscunque sit inventa hominibus haec appellatio scientiae rerum ratione perceptarum (sicuti plurima alia nomina) sed ut est et dicitur: cum Pythagorei perspexissent, quod omnis quae mathesis, hoc est, disciplina nominatur, nihil sit aliud quam recordatio et reminiscentia, quae hominibus non extrinsecus advenit in mentem et animum, huiusmodi sunt, quae a rebus sensilibus imprimuntur phantasmata, et informantur in phantasia: neque etiam veluti asciscitia existat ut in opinione posita cognitio, sed quod excitata quidem sit a rebus apparentibus, verum ab ipsa ratione ad sese conversa intus perficiatur atque absolvatur. Deinde etiam quia viderunt quod Plato dirum unde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, et quam rationem apte reddere possemus? Porro mihi videtur talem scientiae, quae de cogitantibus sermonibus est appellationem, non sane (quemadmodum plurima nominum) a quibuscumque repertam fuisse: sed (ut est, et dicitur) a Pythagoreis: cum perspexissent quidem, quod omnis quae mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscentia est: quae quidem non extrinsecus animis advenit, quemadmodum quae a sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: neque adventitia, ascititiaque veluti quae in opinione posita est cognitio, verum excitatur quidem ab ijs, quae apparent, perficitur vero intus ab ipsa cogitatione ad se se conversa. Cumque perspexissent, quod

νήσεις εἰ καὶ πολλαχόθεν δεικνῦναι δυνατὸν: ἀλλὰ διαφερόντως ἐκ τῶν μαθημάτων. Ἐὰν γάρ τις ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ, φησὶν ἐκεῖνος: ἐνταῦθα ἄρα σαφέστατα κατηγορεῖ, ὡς ἐστὶν ἡ μάθησις ἀνάμνησις. ὅθεν δὴ καὶ ὁ ἐν μένωνι Σωκράτης ἐκ τοῦδε τοῦ τρόπου τῆς ἐπιχειρήσεως ἐπέδειξεν ὅτι τὸ μανθάνειν οὐκ ἄλλό τι ἐστὶν ἢ ἀναμιμνήσκεσθαι τὴν ψυχὴν τῶν ἑαυτῆς λόγων. αἴτιον δὲ ὅτι τὸ μὲν ἀναμιμνησκόμενον ἐστὶ τὸ διανοητικὸν τῆς ψυχῆς, τοῦτο δὲ τὸ διανοητικὸν ἐν τοῖς λόγοις οὐσίωται τῶν μαθημάτων, καὶ τὰς ἐπιστήμας αὐτῶν ἐν ἑαυτῷ προείληφε, κἂν μὴ ἐνεργῇ κατ' αὐτάς. ἔχει δ' οὖν πάσας οὐσιωδῶς, καὶ κρυφίως: προφαίνει δὲ ἑκάστην ὅταν ἀφαιρεθῇ τῶν ἐμποδίων, τῶν ἐκ τῆς αἰσθήσεως. αἱ μὲν γὰρ αἰσθήσεις συνάπτουσιν αὐτὴν τοῖς | [14] μεριστοῖς, αἱ δὲ φαντασίαι μορφωτικῶν κινήσεων

cat[4], etiamsi recordationes possint multis in rebus demonstrari: praecipue tamen in mathematicis disciplinis apparere. Nam si quis (inquit ille) accuratius inspexerit delineationes: inde sane facillime probabit mathesin esse recordationem. | [175] Unde et Socrates in Menone hoc argumentandi modo ostendit, discere nihil aliud esse quam recordari animam ipsam suarum rationum. Causa vero est, quia id quod recordatur, nihil aliud est, quam pars animae rationalis et intelligens. Haec vero rationalis et intelligens pars in mathematicis consistit rationibus, et ipsarum scientias antea in se accepit, quamvis non secundum eas agat. Habet ergo omnes secundum essentiam et occulte: proferat autem unamquamque, quando ab impedimentis ex sensu provenientibus liberam reddit, quia sensus coniungunt eam cum partibilibus et phantasiae eam replent motibus informan-

[4] *In marg.*: In Menone.

2-3 διαφερόντως] διαφερόντως ὅτι (*om.* G) καὶ Πλάτων φησίν GF 9 Μένωνι G 17-18 τὸ διανοητικὸν *om.* GF 24-25 ἑκάστον G 26 ἐκ τῆς] αὐτῆς G

licet ex multis rebus reminiscentiae ostendi possint, praecipue tamen (ut Plato [*in Memnone*[11]] quoque ait) ex mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certe mathesim reminiscentiam esse facillime comprobabit. Unde porro Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quam animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quam cogitans animae pars: haec autem in mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumque scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem omnes secundum essentiam et occulte. Promit autem unamquanque, cum impedimentis, quae a sensu proveniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiae autem informan-

[11] *Menone*, 81 a - 86 c.

ἀναπιμπλᾶσιν, αἱ δὲ ὀρέξεις περιεστῶσιν εἰς τὸν ἐμπαθῆ βίον. πᾶν δὲ τὸ μεριστὸν ἐμπόδιον ἐστὶ τῆς εἰς ἑαυτοὺς ἡμῖν ἐπιστροειῆς καὶ τᾶν τὸ μορφωτικὸν ἐπιθολοῖ τὴν ἀμόρφοτον γνῶσιν. καὶ πᾶν τὸ ἐμπαθὲς κώλυμα τῆς ἀπαθοὺς ἐνεργείας ἐστίν.

Ὅταν οὖν ταῦτα τῆς διανοίας ἀφέλωμεν, τότε κατ' αὐτὴν γιγνώσκειν τοὺς ἐν αὐτῇ δυνάμεθα λόγους: καὶ ἐπιστήμονες εἶναι κατ' ἐνέργειαν, καὶ γνῶσιν τὴν οὐσιωδῆ προβάλλειν. δεσμῶται δὲ ὄντες, καὶ τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς μύοντες οὐ μὴ πότε τὴν προσήκουσαν ἡμῖν τελειότητα σχοίμεν.

Αὕτη τοίνυν ἐστὶν ἡ μάθησις, ἡ τῶν ἀϊδίων ἐν ψυχῇ λόγων ἀνάμνησις, καὶ μαθηματικὴ διὰ ταύτην ἡ πρὸς τάς ἀναμνήσεις ἡμῖν τὰς ἐκείνων συντελοῦσα γνῶσις, διαφερόντως ἐπονομάζεται

2 περιεστῶσιν] περισπῶσιν GF
21 αὕτη CF 26 γνώσεις G

tibus: appetitus etiam flectunt ad vitam indulgentem, omne vero partibile impedimentum est eius conversionis, qua ad nosmetipsos convertitur, et quod informat, perturbat eam quae expers est formae cognitionem, et omne quod affectibus et perturbationibus est obnoxium, est impedimentum eius actionis quae nullis affectibus offenditur.

Cum ergo haec a ratione et mente removerimus: tum per ipsam cognoscere possumus rationes quae in ipsa sunt, atque actu peritiam et scientiam habere: et promere substantialem cognitionem. | [176]

Dum vero vincti sumus captivique tenemur, atque conniventes oculo ipsius animae: non amplius nobis convenientem habemus perfectionem.

Quare haec ipsa mathesis est recordatio et reminiscentia aeternarum in anima rationum. et ipsa mathematica propter hanc, ea ipsa potissimum nominatur cognitio quae conducit utilisque nobis est ad eiusmodi reminiscentias rationum aeternarum.

tibus motibus replent, appetitus vero ad vitam indulgentem flectunt. Atqui partibile omne, eius, quae ad nosmetipsos fit conversionis obstaculum est. Et omne, quod informat, eam, quae formae est expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quae nullis affectibus laeditur actionis est impedimentum. Cum igitur haec a cogitatione amoverimus: tunc eas, quae in ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus: et actu scientes esse: et essentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti, captivique sumus: et animae oculo conniventes: nullo modo convenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Haec itaque mathesis est, sive disciplina, quae aeternarum in anima rationum reminiscentia est. Mathematicaque (hoc est disciplinativa scientia, ut sic exponam) propter hanc ea cognitio potissimum nuncupatur, quae nobis ad earum rationum reminiscentiam maxime confert . . .

B. - I due passi seguenti sono tratti dalla *Protheoria mathematica* di Dasipodio

Propositio II

Definitionem, nomen, subiecta, opus, et potentias mathematicae explicare.

Relictis duabus extremis scientiis [metaphysica et physica], mathematicam generatim describemus. Proclus itaque universalem mathematicam definit his verbis. Est, inquit, universalis quaedam scientia mathematica, quae simul omnes mathematicas scientias comprehendit, quaeve prior omnibus cum sit, merito caeteras antecedit disciplinas, eisque principia sua suppeditat: circa quam etiam | [5] reliquae subsistunt ad eamque omnes referuntur [1]. Anatolius etiam pulchre versibus Homeri Iliad. 4. eam depingit.

Quae parva quidem primum attollitur, sed postea
in coelo firmavit caput, atque per terram incedit.

Quia dum a puncto, re minima, et linea incipit, tandem in coeli et terrae atque omnium rerum totius universitatis contemplationem desinit [2].

. . . (pp. 4-5)

[1] V. sopra, p. 166,1-12 (ci riportiamo, come nelle nn. sgg., al testo greco).

[2] La citazione di Anatolio fa parte dei pochi frammenti conservati di un'opera di matematica in 10 libri, Ἀριθμητικῆ σύνταξις (*Arithmeticae institutiones*), già pubblicati in Τὰ θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς (*Theologumena arithmeticae*), Parisiis 1543. I frammenti si trovano nella *Patrologia graeca* (t. X, coll. 231-236) secondo il testo della *Bibliotheca graeca* del Fabricius (ed. Harles, t. III, Amburgo 1793, p. 462). Riportiamo la versione latina del Migne del frammento completo citato da Dasipodio: « Mathematica est scientia theorica rerum quae intelligentiae et sensuum

Propositio VII

Universalia principia et theoremata mathematicarum scientiarum explicare.

Enumeratis disciplinis mathematicis, proximum esset singulas scientias mathematicas explicare. Verum id in *Institutionibus atque pandectis mathematicis* fiet. Nunc quae de omnibus mathematicis scientijs communi et generali contemplatione dici possunt, exponemus. Nam universalis mathematica sub se quidem continet varias et multiplices scientias, specie et subiectis differentes: attamen scientiae illae ad unam aliquam communem scientiam universalem, tanquam matrem confugiunt, et ab ea sua communia principia, accidentia et theoremata et alia huius generis petunt: quibus cognitis et perceptis, singula in singulis scientijs specialibus faciliori et expeditiori via atque ratione percipiuntur. | [31]

Itaque prius communia illa sunt explicanda: quae nimirum in his disciplinis communi et generali contemplatione consideramus, non quia numeris, quatenus numeri, aut magnitudinibus, quatenus magnitudines, aut corporibus coelestibus, quatenus corpora coelestia, alijsque subiectis scientiarum, quatenus subiecta sunt alicuius scientiae, attribuuntur et uni alicui rei per se insunt,

captu percipiuntur, earum ut alijs notitia tradatur. Facetus quidam, successu elatus, mathematicam dicit esse hanc scientiam, quae

parva metu primo, mox sese attollit in auras,
ingrediturque solo, et caput inter nubila condit.

VIRG., *Aeneid.* IV, 176, 177).

Incipit enim a puncto et linea, mox coelum ipsum ac omnia amplectitur » (col. 234). Nella versione latina si traducono i due esametri omerici (Iliade IV, 442-443) riferiti all' Ἔρις con i corrispondenti versi di Virgilio riferiti alla *Fama*. Su Anatolio e la sua discussa personalità cfr. P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, *op. cit.*, pp. 120-121, 126-127; E. ZELLER-R. MONDOLFO, *La filosofia dei Greci nel suo sviluppo storico*, parte III, vol. VI, a cura di G. Martano, Firenze 1961, pp. 1-3.

sed quatenus omnibus rebus mathematicis alijsque communiter attribuuntur.

Sunt itaque primum universalia principia et theoremata, per omnes mathematicas disciplinas diffusa [3]. Deinde methodus et ordo, aliaque a dialecticis petita. Tum docendi ratio per propositiones, quae in principia et ea quae principia sequuntur dividuntur. Denique ea quae propositionibus solent annecti. De quibus omnibus, antequam ad speciales scientias accedamus, dicendum erit.

⟨I.⟩ Primum itaque communia principia dicuntur esse, finitum et infinitum, quae quidem vocabula varijs sumuntur modis. sicuti in Physicis apud Aristotelem lib. 3. Phys. cap. 4. videre licet. In disciplinis tamen mathematicis, finita esse dicuntur quae suis sunt circumscripta limitibus: praeterea quae ex certo et finito principio oriuntur. Ut in geometria a puncto, cuius nulla est pars, tanquam finito principio orditur geometra. Arithmeticus vero ab unitate, logisticus ab uno: geodaeta a scopulo, vel alio principio, suae dimensionis initium facit et ad alia quae ex his principijs oriuntur, progreditur. | [32] Infinitum vero hic non actu, sed potestate tantum infinitum accipitur, cuius videlicet quantitas nunquam terminatur, sed ei semper aliquid addi, vel auferri potest.

Finiti autem et infiniti utilitas in scientijs mathematicis magna est. Nam si finitum ex scientijs tollatur, tum ratio, proportio, symmetria, asymmetria, aequalitas, inaequalitas et his similia tollenda essent. Nam rerum mathematicarum in infinitum usque fit progressio. Ut in numeris, ab unitate facimus initium: numerus vero additione in infinitum usque augetur. Et magnitudinum divisio in infinitum progreditur: cum tamen numeri dati sint finiti, magnitudines divisae, etiam finitae.

Praeterea si ex mathematicis tolleretur infinitum, consequeretur omnes magnitudines esse symmetras atque nullae inveni-

[3] V. sopra, pp. 166,13-16; 174,6-15.

rentur irrationales magnitudines. de quibus agit Euclides lib. 10. Elem. Imo hoc ipso arithmetica a geometria differt: quod asymmetria tantum in magnitudinibus sit, non autem in numeris.

Ad haec numeri non haberent in se foecundam illam vim unitatis, qua ipsa est praedita, ad augendos numeros in infinitum usque [4].

Quod autem geometrae lineam infinitam postulant, non actu infinitam lineam duci iubent, sed quae sensibus quidem videatur infinita, hoc est satis longa: veruntamen pro nostro arbitrio, protrahi potest et fieri longior. Sic Euclides lib. I. Elem. propos. 12. et eodem lib. prop. | [33] 22 [5]. utitur linea recta, ex una parte finita, ex altera infinita, seu ad voluntatem nostram, atque nostram delineationem perficiendam, satis longa.

⟨II.⟩ Communia autem theoremata simpliciaque et orta ex unica atque sola scientia, quae sub se continet omnes alias mathematicas scientias, sunt illa quae traduntur de proportionibus, compositionibus, divisionibus, conversionibus et permutationibus. Imo omnia quae de omnibus rationibus dicuntur, ut sunt multiplices, superparticulares, superpartientes, et quae his opponuntur. Et ut uno dicam verbo, quae universaliter et communiter circa aequale et inaequale versantur atque considerantur: non quatenus haec figuris, aut numeris, vel motibus insunt, sed utrumque horum per se, quatenus naturam habet quandam communem et sui cognitionem praebet simpliciorem. Sic et similitudo et dissimilitudo rationum nullo modo a mathematicis generibus recedunt. Denique quaecunque iuxta potentias apparent, omnibus simul conveniunt mathematicis: quorum alia possunt, alia vero potentijs sunt subiecta [6].

[4] V. sopra pp. 166,13-172,21.
[5] Cfr. *Elementum I*, pp. 42-45, 68-73.
[6] V. sopra, pp. 174,9-178,1.

⟨III.⟩ Sciendum autem est metaphysicum quidem communia haec principia, communiaque accidentia, et communes adfectiones contemplari: melius tamen in proprijs particularium scientiarum subiectis, quibus haec communia insunt atque conveniunt, et plenius perspicaciusque cognosci posse. In quod in *Institutionibus et Pandectis mathematicis* apparebit.

(pp. 30-33)

Appendice II

Dalla 'Cosmographia' (1585) di F. Barozzi

F. Barozzi ebbe notevole interesse per il *Commento al I libro degli Elementi di Euclide* di Proclo, che tradusse in latino dopo aver emendato l'*editio princeps* di Basilea e 'lesse' in un corso accademico allo Studio di Padova (1559-60), ripromettendosi di pubblicare un suo personale commento all'opera procliana. A differenza di A. Piccolomini e di C. Dasipodio non fa parola di una scienza matematica comune; tuttavia nei titoli e nelle note marginali della sua versione latina rileva il fondo di principi e teoremi comuni alle discipline matematiche che sottende l'idea di quella scienza. Riproduciamo dalla sua *Cosmographia* del 1585 il prospetto dei « communia mathematica principia de quantitate ipsa quatenus quantitas est, in qua omnis mathematica scientia versatur » (*Ad lectorem*).

Communia mathematica principia

Pars quid sit

Pars est quaelibet quantitas minor cuiuslibet quantitatis maioris, eiusdem generis.

Totum quid sit

Totum autem est quantitas maior respectu minoris eiusdem generis quantitatis.

Pars aliquota, sive submultiplex quid sit

Quod si pars quidem metitur totum, vocatur aliquota totius pars, sive submultiplex:

Pars aliquanta quid sit

Si vero non metitur, aliquanta nuncupatur.

Multiplex quid sit

Partis autem aliquotae totum, multiplex eius esse dicitur.

Exempli gratia 3 est pars uniuscuiusque horum numerorum, videlicet ipsius 5.6.7.8.9. 10.11.12. verum ipsorum quidem 6.9.12 est pars aliquota, cum eos aliquoties sumptus integre metiatur, ita ut nil supersit, nilque deficiat: ipsorum vero 5.7.8.10.11. aliquanta pars est, quoniam eos integre nequaquam metitur. Quare ipsi 6.9. 12. multiplices ipsius ternarij esse dicuntur, ipse autem 3, eorundem multiplicium submultiplex etiam appellatur. Idem autem in continuis etiam quantitatibus, hoc est magnitudinibus intelligendum est.

Ratio est duarum eiusdem generis quantitatum quaedam secundum quantitatem habitudo.

Ratio quid sit, quae a quibusdam male proportio dicitur

Si duae quantitates eiusdem generis adinvicem comparentur quo ad quantitatem, non autem quo ad qualitatem, vel quo ad aliud quoddam praedicamentum: aut aequales sibi invicem, aut inaequales, altera scilicet maior, altera minor esse reperientur: ipsa igitur earum aequalitas, vel inaequalitas qualiscunque sit, est quaedam habitudo, sive affectio, qua ipsae inter se praeditae sunt, quae a mathematicis communi nomine ratio vocatur. A nonnullis autem male proportio appellatur.

Campani et aliorum error

Proportio est rationum similitudo.

Proportio quid sit, quae a quibusdam male proportionalitas vocatur

Si ratio, quam duae, vel plures quantitates inter se sortitae sunt (sive aequales, sive inaequales sint) fuerit similis rationi, quam aliae duae, vel plures quantitates invicem habent: illa similitudo rationum a mathematicis proportio dicitur. A quibusdam autem perperam, et bar-

Campani et

bare proportionalitas vocitatur. Exempli gratia quemadmodum quaternarius binarium bis continet, ita etiam octonarius quaternarium, et senarius ternarium bis in se comprehendit. Harum itaque trium rationum similitudo, proportio est.

aliorum error[1]

Proportionales autem quantitates vocantur, quae rationem eandem habent.

Proportionales quantitates quid sit

Quum enim proportio sit rationum similitudo, non immerito quantitates omnes, quae eandem habent rationem, vocantur proportionales, hoc est proportionem, sive rationum similitudinem habentes.

(I) Quae eidem aequalia, et inter se sunt aequalia.

(II) Si aequalibus (idem commune, vel) aequalia adijciantur, tota sunt aequalia.

(III) Si ab aequalibus (idem commune, vel) aequalia auferantur, quae reliquuntur aequalia sunt.

(IV) Si inaequalibus (idem commune, vel) aequalia adiungantur, tota sunt inaequalia.

[1] Commentando la 4ª def. del V libro, Clavio in merito al termine latino rispondente ad ἀναλογία annota: « Quod hoc loco interpres proportionem appellat, illud graecis ἀναλογία, plerisque autem latinis proportionalitas dicitur. Quemadmodum igitur comparatio duarum quantitatum inter se dicitur proportio, ita comparatio duarum, vel plurium proportionum inter se, proportionalitas solet nuncupari ... (Nos enim comparationem duarum quantitatum, proportionem appellabimus; habitudinem autem proportionum, proportionalitatem) ... » (EUCLIDIS *Elementorum libri XV ... Auctore Christophoro Clavio Bambergensi* ... Romae apud Vincentium Accolitum 1574, p. 153; nella II ed. [Romae apud Bartholomaeum Grassium 1589, t. I, pp. 504-505]: ... (Nos enim *cum pluribus* comparationem duarum quantitatum, proportionem appellabimus ...): il corsivo è nostro.

(V) Si ab inaequalibus (idem commune, vel) aequalia demantur, reliqua inaequalia sunt.

(VI) Totum est sua parte maius.

Ista sex axiomata, sive pronunciata per se se omnibus manifesta sunt. Haec autem sint communia mathematica principia cosmographiae nostrae necessaria [2].

[2] Nella versione latina del *Commento* procliano (p. 113), in conformità all'ed. di Basilea figuravano dieci assiomi, ossia quattro in più che riportiamo qui di seguito. Di questi, tre erano compresi tra il V e il VI ed uno dopo il VI: quest'ultimo risultava quindi IX. Negli assiomi II-V del presente elenco della *Cosmographia* abbiamo racchiuso in parentesi le espressioni che non figurano nella versione latina del *Commento*.

(VI) Et quae eiusdem duplicia, sibi invicem sunt aequalia.
(VII) Et quae eiusdem sunt dimidia, aequalia sunt adinvicem.
(VIII) Et quae sibimet ipsos congruunt, adinvicem aequalia sunt.
(X) Et duae rectae lineae spatium non comprehendunt.

Appendice III

La 'Apologia pro Archimede' (VI-VIII capp.; 1597) di A. van Roomen

I capitoli VI-VIII dell'*Apologia pro Archimede* di A. van Roomen (1597) costituiscono il testo più significativo, nel periodo della nostra ricerca, sulla *mathesis universalis*, per quanto il tema sia intralciato dall'intento polemico contro G. G. Scaligero di dimostrare la legittimità dell'impiego dei numeri nelle dimostrazioni geometriche. Accanto all'idea di una *mathesis universalis* si sviluppa così quella di una *arithmetica practica universalis*, che si preciserà come 'organum scientiae': van Roomen ne tratta nel IX cap., che noi omettiamo dando solamente il prospetto riassuntivo dello stesso autore.

Quanto ai teoremi, ci siamo limitati a riprodurre direttamente i soli enunziati, riassumendo nelle note le dimostrazioni del VII cap. e trascurando del tutto quelle dell'VIII cap.

CAPUT SEXTUM. *Geometriae, et arithmeticae communem esse scientiam, quae quantitatem generaliter uti mensurabilem considerat.*

. . . cum longo tempore mecum hanc rem perpenderem, ut quaenam magnitudines per numeros explicari possent invenirem, tandem incidi in Eutochium Ascalonitam Apollonij Pergaei commentatorem qui ad propositionem 11. libri primi Conicorum, demonstrans propositionem hanc: *proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates*, hoc est numeri proportionem indicantes, *inter se multiplicatae, aliquam*

producunt[1]. Hanc inquam propositionem in geometricis demonstrans, assumpsit numeros. deinde excusat sese his verbis. *Non perturbentur autem qui in haec inciderint: quod illud*, hoc est propositio iam praemissa, *ex arithmeticis demonstretur. Antiqui enim huiusmodi demonstrationibus saepe uti consueverunt: quae tamen mathematicae potius sunt quam arithmeticae propter analogias. Adde quod quaesitum arithmeticum est, nam proportiones, proportionum quantitates, et multiplicationes primo numeris, secundo loco per numeros et magnitudinibus insunt, ex illius sententia, qui ita scripsit:* ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι εἶμεν ἀδελφά. *Hae enim mathematicae disciplinae germanae esse videntur.* Ex quibus verbis, quatuor colligere licet, nostro proposito valde servientia. Primum sit, antiquos solitos esse uti

[1] Apollonii Pergaei *Conicorum libri quattuor. Una cum Pappi Alexandrini lemmatibus, et commentariis Eutocii Ascalonitae... Quae omnia nuper Federicus Commandinus Urbinas mendis quamplurimis expurgata e graeco convertit, et commentariis illustravit.* Bononiae ex officina Alexandri Benatii 1566, p. 14. Eutocio ripete una dimostrazione da lui già svolta commentando il IV teorema del II libro del *De Sphaera et cylindro* di Archimede e del I teorema dell'*Almagesto* di Tolomeo: «... per quantitatem intelligendo numerum, a quo proportio ipsa denominatur. in multiplicibus quidem quantitas erit numerus integer; in reliquis vero habitudinibus necesse est quantitatem numerum esse, et partem, seu partes, nisi forte quispiam velit etiam ἀῤῥήτους, videlicet quae exprimi non possunt, habitudines esse, quales sunt magnitudinum irrationalium. Itaque in omnibus habitudinibus ipsa quantitas multiplicata in consequentem terminum producit antecedentem. Sit igitur proportio *a* ad *b*: et sumpto termino quolibet intermedio *c*, sit proportionis *a c* quantitas *d*: proportionis autem *c b* quantitas sit *e*: et *d* multiplicans *e* producat *f*. Dico *f* proportionis *a b* quantitatem esse: hoc est si *f* multiplicet *b* produci ipsum *a*. itaque multiplicet *f* ipsum *b*, et producat *g*. Quoniam igitur *d* ipsum quidem *e* multiplicans producit *f*; multiplicans autem *c* ipsum *a* producit: erit *f* ad *a*, ut *e* ad *c*. Rursus cum *b* multiplicans *e* faciat *c*, et multiplicans *f* faciat *g*; erit ut *e* ad *f*, ita *c* ad *g*: et permutando ut *e* ad *c*, ita *f* ad *g*. sed ut *e* ad *c*, ita erat *f* ad *a*, ergo *g* ipsi *a* est aequalis; et idcirco *f* multiplicans *b* producit *a*. proportionis igitur *a b*, *f* quantitas necessario erit. Non perturbentur autem..».

nume|ris [23] in demonstrationibus geometricis. Atque id est quod antea partim ex neotericis, partim ex Euclide, partim etiam ex ipso Scaligero ostendi non esse absurdum. Secundum est, proportiones proportionum, quantitates, hoc est terminos et denominationes, et multiplicationes, primo inesse numeris, deinde magnitudinibus. Cuius rei ratio haec est, quia omnes proportiones numeris tanquam terminis, vel denominatoribus exprimi debent, uti cognoscet is, qui genera omnia inaequalitatis majoris et minoris percurrerit. Hinc etiam colligi potest, proportiones magnitudinum egere opera numerorum. Tertium est, arithmeticam et geometriam esse scientias germanas. Hinc etiam mirum non est, si sibi invicem operas praestent mutuas, ita ut propositiones arithmeticae linearibus confirmari possint demonstrationibus, et contra geometricae numeris. Quartum est, analogias esse potius mathematicas, quam arithmeticas. hanc sententiam diu mecum perpendi; et quid ea vellet diligenter inquisivi. Non enim mihi persuadere ullo modo poteram, virum illum doctissimum ex numero mathematicarum scientiarum excludere voluisse arithmeticam scientiam nobilissimam (quae cum de quantitate agat omnino abstracta, nec ullo modo concreta, maxime matheseos nomine digna est), quod tamen verba eius significare videbantur. Neque etiam analogias esse potius geometricas quam arithmeticas dicere voluit, ita ut per demonstrationes mathematicas intelligat geometricas. Nam sibi ipsi omnino repugnaret, qui verbis immediate sequentibus scribit analogias potius esse arithmeticas quam geometricas, cum proportiones primo numeris insint. Nomine ergo mathematicarum demonstrationum nec arithmeticae, cum eas a mathematicis separet, nec geometricae, propter rationem iam adductam, intelligendae sunt. Quae ergo sunt demonstrationes mathematicae? Cum rem hanc penitus inspicerem, iis verbis nobile quoddam contineri paradoxum deprehendi. Nimirum scientiam esse quandam mathematicam communem arithmeticae et geometriae, ad quam specta-

rent affectiones communes omnibus quantitatibus: cum autem proportio sit omnibus quantitatibus communis, non abstractis tantum ut numeris et magnitudinibus, sed concretis etiam, uti temporibus, sonis, vocibus, locis, motibus, potentiis (nam haec omnia et plura alia proportionem dicuntur habere, si eorum habitudo consideretur secundum quantitatem), cum inquam proportio tam multis rebus insit, mirum non est, propositiones eas quae spectant ad analogias (uti erat illa Eutochij, *proportio ex proportionibus* etc.) nec posse dici arithmeticas, nec geometricas, quia non numeris vel magnitudinibus tantum sed utrisque eorum, et multis aliis conveniant, ideoque ad scientiam aliquam universalem iure merito pertinere existimandum est, quam Eutochius vocat absolute mathematicam. Dum hanc mentem Eutochij esse, omnino mihi persuaderem, veritatemque indagarem, tandem sententiam eius non modo esse tolerabilem, sed etiam verissimam et necessariam deprehendi, imo non dubito quin mecum sentire cogantur omnes, qui rationes nostras pauculas intellexerint. Imprimis mathematici esse agere de omni quantitate abstracta in confesso est. Secundo in quantitatibus eas considerat affectiones mathematicus, quae ad mensurabilitatem spectant, inter quas potissima est proportio et analogia. Nunc ita arguo. Multae sunt affectiones quantitatum, quae nec numeris nec magnitudinibus sunt propriae, sed omni conveniunt quantitati: quis eas demonstrabit? geometra an arithmeticus? geometra sane eas magnitudinibus accommodatas demonstrare poterit, uti et arithmeticus numeris proprias, sed cum sint affectiones communes omni quantitati eae non alterius erunt scientiae mathematicae, quam eius quae communis existens, de omni agit quantitate. V. g., propositio sit talis: si quatuor sint quantitates, quarum sit prima ad secundam, uti tertia ad quartam, erit et convertendo, ut secunda ad primam, ita quarta ad tertiam. Quaero an haec propositio ita sit peculiaris alicui quantitati, ut alteri non conveniat? Nemo hoc affirmaverit opinor: cum constet eam omni

convenire quantitati, uti numeris, lineis, planis, solidis, sonis, motibus etc. Sive prior ratio habeat terminos eiusdem generis cum posteriori, sive diversos. Si itaque propositio haec ita quantitati conveniat, ut omni sit communis, quis eam demonstrabit? geometra sane et arithmeticus id universaliter efficere non possunt, cum arithmeticus non de aliis agat quantitatibus quam de numeris, nec geometra de aliis quam magnitudinibus. Communis ergo scientiae id munus erit. Similes autem propositiones adferre licebit quamplurimas. Quare fatendum est, esse aliquam scientiam universalem, quae propositiones omni convenientes quantitati complectatur. Inter philosophos Benedictum Pererium solum huius scientiae fecisse mentionem comperi. Nam libro primo de communibus rerum naturalium principiis, circa finem ita scribit. *Non est dubium quin sit aliqua scientia mathematica communis, quae debeat speculari affectiones communes magnitudini et numero, quae tamen scientia a mathematicis non numeratur distincta a geometria et arithmetica.*

CAPUT SEPTIMUM. *Idea quaedam universalis matheseos, quam nos primam vocabimus mathesin, proponitur.*

Licet autem tum ratione, tum authoritate Eutochij ostenderimus universalem esse quandam mathesin, ut tamen omnis tollatur ambiguitas, nos eius quandam proponemus adumbrationem, sive ideam, ut inde cuivis perspicuum fiat, propositiones earumque demonstrationes quae mathesi universali tribuendae sunt, non esse pure arithmeticas, cum in plerisque vel nulla fiat numerorum mentio, in aliis vero praeter numeros assumantur quoque alterius generis quantitates, nec etiam geometricas, cum nulla magnitudinum, hoc est longitudinis, latitudinis vel profunditatis fiat mentio. Inscribemus autem scientiam hanc nomine *primae mathematicae*, seu *primae matheseos*, ad similitudinem

primae philosophiae. Nam sicut ea dicitur prima quia subiecta omnium reliquarum sub se comprehendit scientiarum, quinimo et reliquarum demonstrat principia si demonstratione egeant. Ita et haec prima mathematica versatur circa subiecta omnium scientiarum mathematicarum, et purarum et mixtarum. Probat quoque principia reliquarum scientiarum. Nam conclusiones huius scientiae omnes in reliquis scientiis pro principiis assumi possunt. Haec de nomine. Methodus procedendi erit haec. Praemittentur principia, videlicet definitiones et axiomata. Sequentur deinde nonnulla theoremata. Nec vero multa in medium proferre volui, cum ex iis pauculis quae adduximus mens nostra constare possit. Si vero quispiam voluerit, hisce nostris adiungat totum librum quintum elementorum Euclidis. Nam omnes propositiones quae ibi traduntur de magnitudinibus, accommodari possunt cuivis quantitati, manente eadem omnino demonstrandi formula. Quia principia quae in earum demonstrationem assumuntur omni quantitati sunt communia. Sed praestat rem ipsam promissam aggredi.| [24].

Definitiones *

1. Aggregatum seu summa quantitatum est quantitatum eiusdem generis inter sese, secundum collectionem, unius ad alteram comparatio. Sive est quantitas una aequalis pluribus quantitatibus eiusdem generis.

2. Differentia seu residuum est quantitatum eiusdem generis inter se secundum excessum unius supra aliam comparatio. Sive ista comparatio fiat secundum ipsam quantitatem sive secundum potentiam eius.

3. Quantitas mensurans (quae absolute mensura dicitur) est quantitas quae semel aut saepius sumpta, quantitati alteri eius-

* Segue il prospetto che diamo in tavola fuori testo.

- Affectiones omnibus magnitudinibus communes oriuntur ex collatione quantitatum inter se
  - secundum collectionem unius cum altera, uti aggregatum — 1
  - secundum excessum unius supra aliam, uti differentia — 2
  - secundum continentiam unius in alia, uti
    - mensura — 3
    - commensura — 4
    - pars — 5.6
    - multiplex — 7
  - quatenus una alteri aequalis aut pars est secundum se suasve partes, aut secundum potentiam integram particularemve. Habitudo haec est vel
    - simplex: et dicitur ratio: graecis λόγος. cuius hoc loco considerantur
      - essentia, eaque vel
        - tota, uti est rationis definitio — 8
        - particularis, secundum terminos, quorum considerantur
          - definitio — 9
          - differentiae — 10
          - numerus — 11
      - differentiae, quae considerantur vel
        - generatim, prout desumuntur a
          - mensura — 12
          - ordine — 13
          - numero — 14
        - particulatim. Sic ratio est vel terminorum
          - aequalium, dicitur ratio aequalitatis — 15
          - inaequalium; eorumque vel per se
            - commensurabilium. Haec ratio est vel inaequalitatis
              - maioris, estque quintuplex
                - multiplex — 16
                - superparticularis — 17
                - superpartiens — 18
                - multiplex
                - superparticularis — 19
                - superpartiens — 20
              - minoris, totuplex — 21
            - incommensurabilium — 22
    - composita, dicitur proportionalitas, vulgo proportio, graecis ἀναλογία: huius considerantur
      - essentia quae definitione continetur — 23
      - differentiae, quae sunt modi arguendi ex proportionalitate, suntque sex, videlicet proportio
        - alterna — 24
        - inversa — 25
        - coniuncta — 26
        - disiuncta — 27
        - eversa — 28
        - aequa — 29

dem speciei cuius est mensura aequatur. Hinc metiri est semel vel saepius exacte contineri.
Scholion. Quidam existimant mensuram debere saepius contineri in mensurato, sed id non est necesse: mensura enim semel sumpta potest aequari mensurato. Hinc Euclides inquit *lib. 7. axiomate 6.*: 'omnis numerus se ipsum metitur per unitatem', hoc est semel.

4. Commensura est quantitas quae semel aut saepius, ut libet sumpta, quantitatibus quarum est commensura aequatur. Hinc commensurare est semel vel saepius in omnibus quantitatibus datis contineri.

5. Pars aliquota[2] (quae et absolute pars vocari solet) 'est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor metitur maiorem'. Ab Euclide *lib. 5 defin. 1.*, *lib. 7 defin. 3.*
Scholion. Pars aliquota et mensura ratione differunt non re.

6. Pars aliquanta est quantitas quantitatis, 'minor maioris, cum minor non metitur maiorem'. Haec ab Euclide *7. elem.* ⟨*defin.*⟩ *4.* vocatur pluraliter partes[3].

[2] Erroneamente il testo porta, come nello *scholion* che segue, 'pars aliquanta' invece di 'pars aliquota'. La definizione euclidea ha solo 'pars'. « Euclides ... hoc loco definit partem aliquotam duntaxat, tum quia haec solum metitur suum totum (aliquanta enim non dicitur metiri suum totum) tum etiam, quia ut ex lib. 7. constabit, pars aliquanta in numeris non dicitur ab Euclide pars, sed partes. Nam numerus 4. non est pars huius numeri 6. sed duae partes tertiae, quales sunt duo binarij » (Clavio nella sua edizione: *Euclidis Elementorum libri XV* ... Romae apud Bartholomaeum Grassium 1589², t. I, p. 502). Van Roomen trascrive dall'edizione di Clavio (*ib.*, t. I, pp. 501-503; t. II, p. 5) le espressioni da noi virgolate nelle deff. 5-7, ma sostituendo 'quantitas' a 'magnitudo'.

[3] V. nota precedente.

7. Multiplex est quantitas quantitatis 'maior minoris cum minor metitur maiorem', ut inquit Euclides *5. elem. defin. 2., 7. elem. defin. 5.*

8. Ratio sive λόγος quantitatum est duarum pluriumve quantitatum comparatio, quatenus una secundum se suamve potentiam, alteri aequalis existit, vel maioris pars partesve, vel denique minorem continet semel vel saepius perfecte, vel insuper illius partem partesve. Denominator rationis est 'numerus qui exprimit distincte et aperte habitudinem quantitatis unius ad alteram'[4].

9. Termini rationis dicuntur duo numeri, quibus tum secundum quantitatem, tum secundum denominationem, in eadem ratione integri minores sumi nequeunt.

10. Terminus rationis est duplex, antecedens et consequens. Antecedens est qui comparatur, consequens ad quem fit comparatio. | [25]

[4] Cfr. 3ª def. V libro degli *Elementi*: « Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quaedam, secundum quantitatem, habitudo » (*ed. cit.*, t. I, p. 503). Clavio sottolinea debitamente, trattandosi di *magnitudines*, l'aspetto sotto il quale queste vengono a relazionarsi tra loro: « secundum quantitatem, hoc est, secundum quod una maior est, quam altera, vel minor, vel aequalis », escludendo la comparazione tra grandezze di diverso genere (ad es., linee con superficie) o « secundum qualitatem ». E svolge una considerazione di carattere più universale che armonizza con il punto di vista della quantità di van Roomen: « Quanquam autem in solis quantitatibus proprie reperitur proportio [*per Clavio 'proportio' è sinonimo di 'ratio'*; v. sopra, p. 207 n. 1 in *Appendice II*], tamen omnia alia, quae aliquo modo naturam sapiunt quantitatis, cuiusmodi sunt tempora, soni, voces, loca, motus, pondera, et potentiae, proportionem quoque dicuntur habere, si eorum habitudo consideretur secundum quantitatem. Ut cum dicimus, tempus tempore esse maius, vel minus, vel duo tempora esse aequalia, etc. appellabitur eiusmodi habitudo, proportio; quoniam tempora tunc considerantur, veluti quantitates quaedam » (*ib.*, t. I, p. 504).

11. Termini rationis ad minimum duo sunt, possunt autem etiam plures esse, ita tamen ut antecedentium numerus consequentium numero respondeat.

12. Ratio est terminorum inter sese commensurabilium vel incommensurabilium.

13. Ratio est vel antecedentis aequalis consequenti, vel maioris vel denique minoris. Prior dicitur aequalitatis, posteriores vero inaequalitatis, maioris vel minoris.

14. Ratio est vel terminorum duorum, diciturque binaria, vel trium, quae ternaria, vel plurium.

15. Ratio aequalitatis est habitudo quantitatis ad quantitatem aequalem. Huius denominator est perpetuo unitas, quia una quantitas debet in hac ratione esse aequalis alteri, ac proinde una alteram continere semel, et nihil praeterea: quod quidem unitas significat. Haec ratio simplex est et individua, omnisque inaequalitatis fons et origo.

16. Πολλαπλάσιος sive multiplex ratio 'est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior minorem aliquotes' exacte continet. Huius denominator est numerus integer, continens tot unitates, quoties maior quantitas minorem continere dicitur, in ea ratione cuius est denominator[5].

La definizione di 'denominator' da noi virgolata nel testo di van Roomen è desunta da Clavio (*ib.*, t. I, p. 534).

[5] Le deff. 16-20 vengono desunte *ad litteram*, salvo qualche inversione, nelle espressioni da noi virgolate dall'ed. cit. degli *Elementi* di Clavio (*ib.*, t. I, pp. 510-522).

SPECIES

Ratio	dupla	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior continet minorem	bis	ut inter terminos	2. 1.
	tripla		ter		3. 1.
	quadrupla		quater		4. 1.
	quintupla		quinies		5. 1.
	sextupla		sexies		6. 1.
	septemcupla		septies		7. 1.
	decupla		decies		10. 1.
	triginta septemcupla		trigesies septies		37. 1.
	septuagintacupla		septuagesies		70. 1.
	centupla		centies		100. 1.
	etc.		etc.		etc.

Harum denominatores sunt
2
3
4
5
6
7
10
37
70
100

17. Ἐπιμόριος sive superparticularis ratio 'est habitudo maioris quantitatis ad minorem quando maior minorem semel duntaxat continet et insuper unam eius partem aliquotam'. Huius denominator est unitas cum parte illa aliquota quam maior quantitas debet ultra minorem comprehendere.

SPECIES

Radio sesqui-	altera	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior continet minorem semel, et insuper minoris partem	mediam	ut inter terminos	3. 2.
	tertia		tertiam		4. 3.
	quarta		quartam		5. 4.
	quinta		quintam		6. 5.
	sexta		sextam		7. 6.
	septima		septimam		8. 7.
	decima		decimam		11. 10.
	trigesima		trigesimam		31. 30.
	centesima		centesimam		101. 100.

Harum denominatores sunt
$1^1/_2$
$1^1/_3$
$1^1/_4$
$1^1/_5$
$1^1/_6$
$1^1/_7$
$1^1/_{10}$
$1^1/_{30}$
$1^1/_{100}$

18. Ἐπιμερής sive superpartiens ratio est 'habitudo maioris quantitatis ad minorem quando maior semel dumtaxat continet minorem, et insuper aliquot eius partes aliquotas non efficientes unam aliquotam'[6]. Huius denominator est unitas, cum illis partibus aliquotis non efficientibus unam, quas maior quantitas debet ultra minorem continere.

SPECIES

Ratio super-	bipartiens	tertias	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior continet minorem semel, et insuper minoris	duas tertias	ut inter terminos	5. 3.
		quintas		duas quintas		7. 5.
		septimas		duas septimas		9. 7.
		etc.		etc.		et c.
	tripartiens	quartas		tres quartas		7. 4.
		quintas		tres quintas		8. 5.
		septimas		tres septimas		10. 7.
		octavas		tres octavas		11. 8.
		etc.		etc.		etc.
	quadripartiens	quintas		quatuor quintas		9. 5.
		septimas		quatuor septimas		11. 7.
		nonas		quatuor nonas		13. 9.
		etc.		etc.		etc.

Harum denominatores sunt
$1^2/_3$
$1^2/_5$
$1^2/_7$
etc.
$1^3/_4$
$1^3/_5$
$1^3/_7$
$1^3/_8$
etc.
$1^4/_5$
$1^4/_7$
$1^4/_9$
etc.

[6] « Dixi partes illas aliquotas non debere constituere unam partem aliquotam, ob multas proportiones, quae primo aspectu videntur esse superpartientes, cum tamen sint superparticulares, cuiusmodi proportio est inter 10. et 8. Quamquam enim 10. contineant semel 8. et duas insuper unitates, quarum quaelibet est octava pars numeri 8. quia tamen binarius ex illis

19. Πολλαπλασιεπιμόριος ⟨sive⟩ multiplex superparticularis ratio 'est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior minorem | [26] aliquoties continet et praeterea unam eius partem aliquotam'. Huius denominator est numerus integer multiplicem rationem expressam denominans, cum illa parte aliquota quam maior quantitas ultra minorem continere debet.

SPECIES

Ratio duplo sesqui-	altera tertia quarta quinta sexta septima decima trigesima centesima etc.	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior continet minorem bis et insuper minoris partem	mediam tertiam quartam quintam sextam septimam decimam trigesimam centesimam etc.	ut inter terminos	5. 2. 7. 3. 9. 4. 11. 5. 13. 6. 15. 17. 21. 10. 61. 30. 201. 100. etc.	Harum denominatores sunt	$2^1/_2$ $2^1/_3$ $2^1/_4$ $2^1/_5$ $2^1/_6$ $2^1/_7$ $2^1/_{10}$ $2^1/_{30}$ $2^1/_{100}$ etc.
Ratio tripla sesqui-	altera tertia quarta quinta sexta septima decima trigesima centesima etc.	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior continet minorem ter et insuper minoris partem	mediam tertiam quartam quintam sextam septimam decimam trigesimam centesimam etc.	ut inter terminos	7. 2. 10. 3. 13. 4. 16. 5. 19. 6. 22. 7. 31. 10. 91. 30. 301. 100. etc.	Harum denominatores sunt	$3^1/_2$ $3^1/_3$ $3^1/_4$ $3^1/_5$ $3^1/_6$ $3^1/_7$ $3^1/_{10}$ $3^1/_{30}$ $3^1/_{100}$ etc.

unitatibus compositus est quarta pars 8., non dicenda est ea proportio superpartiens, sed superparticularis, nempe sesquiquarta. Itaque ut duae quantitates dicantur habere proportionem superpartientem, necesse est, ut maior quantitas minorem contineat semel, et plures eius partes aliquotas, quae simul sumptae non constituant unam aliquotam » (Clavio nell'ed. cit. degli *Elementi*, t. I, p. 515).

Ratio quadrupla sesqui-	altera tertia quarta quinta sexta septima decima trigesima centesima etc.	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior continet minorem quater et insuper minoris partem	mediam tertiam quartam quintam sextam septimam decimam trigesimam centesimam etc.	ut inter terminos	9. 2. 13. 3. 17. 4. 21. 5. 25. 6. 29. 7. 41. 10. 121. 30. 401. 100. etc.	Harum denominatores sunt	$4^1/_2$ $4^1/_3$ $4^1/_4$ $4^1/_5$ $4^1/_6$ $4^1/_7$ $4^1/_{10}$ $4^1/_{30}$ $4^1/_{100}$ etc.

20. Πολλαπλασιεπιμερής sive multiplex superpartiens ratio 'est habitudo maioris ⟨quantitatis⟩ ad minorem, quando maior continet minorem aliquoties, et praeterea aliquot eius partes aliquotas non efficientes unam aliquotam'. Huius denominator est numerus integer, denominans rationem multiplicem in ea expressam, cum illis partibus aliquotis non constituentibus unam, quas maior quantitas ultra minorem debet comprehendere.

SPECIES

Ratio duplex super-	bipartiens	tertias quintas septimas nonas etc.	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, in qua maior continet minorem bis, et insuper minoris	duas tertias duas quintas duas septimas duas nonas etc.	ut inter terminos	8. 3. 12. 5. 16. 7. 20. 9. etc.	Harum denominatores sunt	$2^2/_3$ $2^2/_5$ $2^2/_7$ $2^2/_9$ etc.
	tripartiens	quartas quintas septimas octavas etc.		tres quartas tres quintas tres septimas tres octavas etc.		11. 4. 13. 5. 17. 7. 91. 8. etc.		$2^3/_4$ $2^3/_5$ $2^3/_7$ $2^3/_8$ etc.
	quadripartiens	quintas septimas nonas undecimas etc.		quatuor quintas quatuor septimas quatuor nonas quatuor undecimas etc.		14. 5. 18. 7. 22. 9. 26. 11. etc.		$2^4/_5$ $2^4/_7$ $2^4/_9$ $2^4/_{11}$ etc.

[27]	tertias		duas tertias	11. 3.			$3^2/_3$
	quintas		duas quintas	17. 5.			$3^2/_5$
bipartiens	septimas		duas septimas	23. 7.			$3^2/_7$
	nonas		duas nonas	29. 9.			$3^2/_9$
	etc.		etc.	etc.			etc.
tripartiens	quartas	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, in qua maior continet minorem ter, et insuper minoris	tres quartas	15. 4.	ut inter terminos	Harum denominatores sunt	$3^3/_4$
	quintas		tres quintas	18. 5.			$3^3/_5$
	septimas		tres septimas	24. 7.			$3^3/_7$
	octavas		tres octavas	27. 8.			$3^3/_8$
	etc.		etc.	etc.			etc.
quadripartiens	quintas		quatuor quintas	19. 5.			$3^4/_5$
	septimas		quatuor septimas	25. 7.			$3^4/_7$
	nonas		quatuor nonas	31. 9.			$3^4/_9$
	undecimas		quatuor undecimas	37. 11.			$3^4/_{11}$
	etc.		etc.	etc.			etc.

Ratio tripla super-

bipartiens	tertias	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, in qua maior continet minorem quater, et insuper minoris	duas tertias	14. 3.	ut inter terminos	Harum denominatores sunt	$4^2/_3$
	quintas		duas quintas	22. 5.			$4^2/_5$
	septimas		duas septimas	30. 7.			$4^2/_7$
	nonas		duas nonas	38. 9.			$4^2/_9$
	etc.		etc.	etc.			etc.
tripartiens	quartas		tres quartas	19. 4.			$4^3/_4$
	quintas		tres quintas	23. 5.			$4^3/_5$
	septimas		tres septimas	31. 7.			$4^3/_7$
	octavas		tres octavas	35. 8.			$4^3/_8$
	etc.		etc.	etc.			etc.
quadripartiens	quintas		quatuor quintas	24. 5.			$4^4/_5$
	septimas		quatuor septimas	32. 7.			$4^4/_7$
	nonas		quatuor nonas	40. 9.			$4^4/_9$
	undecimas		quatuor undecimas	48. 11.			$4^4/_{11}$
	etc.		etc.	etc.			etc.

Ratio quadrupla super-

bipartiens	tertias	est habitudo maioris quantitatis ad minorem, in qua maior continet minorem quinies, et insuper minoris	duas tertias	17. 3.	ut inter terminos	Harum denominatores sunt	$5^2/_3$
	quintas		duas quintas	27. 5.			$5^2/_5$
	septimas		duas septimas	37. 7.			$5^2/_7$
	nonas		duas nonas	47. 9.			$5^2/_9$
	etc.		etc.	etc.			etc.
tripartiens	quartas		tres quartas	23. 4.			$5^3/_4$
	quintas		tres quintas	28. 5.			$5^3/_5$
	septimas		tres septimas	38. 7.			$5^3/_7$
	octavas		tres octavas	43. 8.			$5^3/_8$
	etc.		etc.	etc.			etc.
quadripartiens	quintas		quatuor quintas	29. 5.			$5^4/_5$
	septimas		quatuor septimas	39. 7.			$5^4/_7$
	nonas		quatuor nonas	49. 9.			$5^4/_9$
	undecimas		quatuor undecimas	59. 11.			$5^4/_{11}$
	etc.		etc.	etc.			etc.

Ratio quintupla super-

21. Ratio minoris inaequalitatis est quando minor terminus cum maiori comparatur. Huius similiter quinque sunt species iisdem nominibus quibus eae quae maioris sunt inaequalitatis insignitae. tantummodo hic praemittitur praepositio sub, videlicet submultiplex, subsuperpaticularis, subsuperpartiens, submultiplex subsuperparticularis et submultiplex subsuperpartiens.

22. Ratio ea dicitur incommensurabilis cuius termini nullam habent communem mensuram. Huius multae sunt species, quas hoc loco omittimus.

23. 'Quantitates proportionales sunt, cum prima secundae, et tertia quartae aeque multiplex est, vel eadem pars, vel eaedem partes. Vel cum prima secundam, et tertiam quartam, aequaliter continet, eandemque insuper illius partem vel easdem partes'. Vel

ut generalis tradatur definitio: proportionales sunt magnitudines, quando 'primae et tertiae aeque multiplicia a secundae et quartae aeque multiplicibus, qualiscunque sit haec multiplicatio, utrumque ab utroque, vel una deficiunt, vel una aequalia sunt, vel una excedunt, si ea sumantur quae inter se respondent' [7].

24. Alterna sive permutata proportio 'est sumptio antecedentis ad antecedentem, et consequentis ad consequentem'. hoc est 'cum propositis quatuor terminis proportionalibus, infertur eandem esse proportionem antecedentis prioris rationis ad antecedentem posterioris, quam habet consequens illius ad consequentem huius'. | [28]

Scholium. V. g. si ponatur ut A ad B, ita C ad D, tunc permutando sibi vicissim, erit quoque ut A ad C, ita B ad D.

25. 'Inversa ratio est sumptio consequentis ceu antecedentis ad antecedentem velut ad consequentem'.

Scholium. V. g. ut A ad B, ita C ad D. igitur convertendo, sive e contrario, erit quoque ut B ad A, ita D ad C.

26. Coniuncta proportio sive compositio rationis recta 'est sumptio antecedentis cum consequente ceu unius ad consequentem'. Compositio rationis conversa est sumptio antecedentis et consequentis ceu unius ad antecedentem. Compositio rationis contraria est sumptio antecedentis vel consequentis ad antecedentem cum consequente ceu unam quantitatem.

Scholium. V. g. ut A ad B, ita C ad D. Ergo componendo ut A et B ad B, ita C et D ad D. Item per compositionem rationis

[7] Van Roomen trascrive le deff. 23-29 dall'ed. cit. degli *Elementi* di Clavio (t. I, pp. 636, 645, 668-674) nelle espressioni da noi virgolate, con la sola sostituzione di 'magnitudo' con 'quantitas'. Diamo la corrispondenza tra definizioni di van Roomen e quelle del V libro degli *Elementi*, segnando queste ultime in cifre romane e in parentesi tonde: 23 (VI), 24 (XII), 25 (XIII), 26 (XIV), 27 (XV), 28 (XVI), 29 (unifica XVII, XVIII e XIX).

conversam, ut A et B ad A, ita C et D ad C. Item per compositionem rationis contrariam, ut A ad A et B, ita C ad C et D. Item per eandem ut B ad A et B, ita D ad C et D.

27. Disiuncta proportio sive divisio rationis recta 'est sumptio excessus quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem'. Divisio rationis conversa est sumptio consequentis ad excessum quo consequentem superat antecedens. Divisio rationis contraria est sumptio antecedentis ad excessum quo consequens antecedentem superat.

Scholium. V. g. ut A ad B, ita C ad D. Ergo dividendo ⟨ut⟩ A minus B ad B, ita C minus D ad D. Item per divisionem rationis conversam, ut B ad A minus B, ita D ad C minus D. Item per divisionem rationis contrariam ut A ad B minus A, ita C ad D minus C.

28. Eversa proportio sive conversio rationis 'est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedens superat consequentem'. Scholium. V. g. ut A ad B, ita C ad D. Ergo per conversionem rationis, ut A ad A minus B, ita C ad C minus D.

29. Aequa proportio sive ex aequalitate 'est sumptio extremorum, per subductionem mediorum'. Sive 'si plures duabus sunt quantitates, et [ex] his aliae multitudine pares, quae binae sumantur, et in eadem ratione: cum ut in primis quantitatibus prima ad ultimam, sic in secundis prima ad ultimam se habuerit'. Est autem duplex, ordinata et perturbata. 'Ordinata quidem cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem, fueritque etiam ut consequens ad aliud quippiam, ita consequens ad aliud quippiam. Perturbata autem, cum tribus positis quantitatibus et aliis quae sunt his multitudine pares, ut in primis quidem quantitatibus se habet antecedens ad consequentem, ita in secundis quantitatibus antecedens ad consequentem. Ut autem in primis quantitatibus consequens ad aliud quippiam, sic in secundis quantitatibus aliud quippiam ad antecedentem.

Scholium. Ut A ad B, ita D ad E. Et rursus ut B ad C, ita E ad F. Ergo ex aequalitate, sive ex aequo, ut A ad C, ita D ad F. Ut A ad B, ita E ad F. Et rursus ut B ad C, ita D ad E. Ergo ex aequalitate perturbata ut A ad C, ita D ad F.

Axiomata

1. Quae eidem aequalia, et inter se sunt aequalia. Et quod uno aequalium maius est, aut minus, maius quoque est, aut minus altero aequalium. Et si unum aequalium maius est, aut minus quantitate quapiam, alterum quoque aequalium eadem quantitate maius est, aut minus. Euclides 1. primi [8].

[8] Gli assiomi 1-13 sono desunti dal I libro degli *Elementi* nell'ed. cit. di Clavio (t. I, pp. 59-64, 69-72), con la sostituzione di 'magnitudo' con 'quantitas' e con alcune integrazioni — « vel commune . . . vel communi » — che abbiamo racchiuse in parentesi (ma tali integrazioni sono desunte da due considerazioni di Clavio, rispettivamente agli assiomi II-V e XV-XVIII secondo la numerazione della sua edizione: « . . in his omnibus pronunciatis . . . nomine aequalium quantitatum intelligenda est etiam una et eadem multis communis. Si enim aequalibus idem commune adijciatur, tota fient aequalia . . . » (t. I, p. 62 e p. 71). I primi sette rispondono nell'ordine ai primi sette di Euclide. Dall'ottavo al tredicesimo la corrispondenza è la seguente: 8 (XV), 9 (XVI), 10 (XVII), 11 (XVIII), 12 (XX), 13 (unifica il IX e il XIX). Si omettono degli assiomi euclidei (in tutto venti) quelli pertinenti alla geometria, e che quindi non possono essere considerati da van Roomen come assiomi della *mathesis universalis*. Riportiamo l'osservazione di Clavio: « Nam octavum, decimum, undecimum, duodecimum, tertiumdecimum et quartumdecimum soli geometriae conveniunt; reliqua vero omnia adhibentur et ad demonstrationes geometricas, et ad arithmeticas. Quemadmodum enim magnitudines aequales ablatae a magnitudinibus aequalibus relinquunt magnitudines aequales, sive hae magnitudines lineae sint, sive superficies, sive corpora; ita quoque numeri aequales detracti e numeris aequalibus relinquunt numeros aequales, etc. » (*ib.*, p. 73).

2. Si aequalibus aequalia (vel commune) adiecta sint, tota sunt aequalia. Euclides 2. primi.

3. Si ab aequalibus (vel communi) aequalia (vel commune) ablata sint, quae relinquuntur sunt aequalia. Euclides 3. primi.

4. Si inaequalibus aequalia (vel commune) adiecta sint, tota sunt inaequalia. Et si inaequalibus inaequalia adiecta sint, maiori maius, et minori minus, tota sunt inaequalia, illud nimirum maius, et hoc minus. Euclides 4. primi.

5. Si ab inaequalibus aequalia (sive commune) ablata sint, reliqua sunt inaequalia. Et si ab inaequalibus inaequalia ablata sint, a maiori minus, et a minori maius, reliqua sunt inaequalia, illud nimirum maius, et hoc minus. Euclides 5. primi.

6. Quae eiusdem duplicia sunt, inter se sunt aequalia. Et quod unius aequalium duplum est, duplum est et alterius aequalium. Euclides 6. primi.

7. Quae eiusdem sunt dimidia, inter se aequalia sunt. Et contra, quae aequalia sunt, eiusdem sunt dimidia. Euclides 7. primi.

8. Si aequalibus (vel communi) inaequalia adiiciantur, erit totorum excessus adiunctorum excessui aequalis.

9. Si inaequalibus aequalia (vel commune) adiiciantur [*Cl.* adiungantur], erit totorum excessus, excessui eorum quae a principio erant, aequalis.

10. Si ab aequalibus (vel communi) inaequalia demantur, erit residuorum excessus excessui ablatorum aequalis.

11. Si ab inaequalibus aequalia (vel commune) demantur, erit residuorum excessus excessui totorum aequalis.

12. Si totum totius est duplum, et ablatum ablati, erit et reliquum reliqui duplum.

13. Omne totum quavis sua parte maius est, omnibus autem suis partibus simul sumptis aequale.

14. Tota composita ex aequali numero partium aequalium sunt aequalia.

15. Quam proportionem habet quantitas ad quantitatem, eandem habebit quaevis quantitas proposita ad aliquam aliam, licet ignotam [9].

16. Quam proportionem habet quantitas ad quantitatem, eandem habebit quaepiam alia quantitas, etiamsi ignota, ad quamvis magnitudinem propositam.

17. Si quantitatum duarum minori addatur quantitas qua eam excedit maior, aggregatum fiet aequale maiori.

18. Si a quantitatum duarum maiore auferatur excessus, quo ea minorem superat, residuum erit aequale minori.

19. Quantitas nulla multiplicari potest, nisi per numerum, qui ita sese habet ad unitatem, sicut producta quantitas ad multiplicatam. Significat autem multiplicator eum numerum, quo quantitas producta multiplicatae multiplex est vel pars vel partes.

20. Quantitas quantitatem dividens facit quotientem semper numerum, qui ita sese habet ad unitatem, sicut divisa quantitas | [29] ad dividentem. Significat autem quotiens numerum, quo quantitas dividens dividendae est multiplex pars vel partes.

[9] Gli assiomi 15-16 sono ricavati dal seguito della 19ª def. del V libro degli *Elementi* nell'ed. cit. di Clavio: « Quam proportionem habet magnitudo aliqua ad aliam, eandem habebit quaevis magnitudo proposita ad aliquam aliam; et eandem habebit quaepiam alia magnitudo ad quamvis magnitudinem propositam » (t. I, p. 675).

21. Proportionum aequalium proportiones duplicatae inter sese, vel triplicatae inter sese, vel quadruplicatae etc. funt aequales.

22. Proportiones quarum duplicatae inter sese, vel triplicatae inter sese, vel quadruplicatae etc. inter sese sunt aequales et ipsae sunt aequales.

23. Denominator cuiusvis proportionis multiplicatus in consequentem quantitatem proportionis eiusdem, producit antecedentem.

Scholium. Cum namque denominator indicet habitudinem antecedentis ad consequentem, necesse est consequentem sumptam secundum denominatorem, hoc est multiplicatam in denominatorem, restituere antecedentem. v. g. quia 12 ad 3 habent rationem quadruplam, iccirco 3 multiplicata in 4 producunt 12. Et quia 4 ad 20 habent proportionem subquintuplam, cuius denominator est $^1/_5$ fit ut $^1/_5$ in consequentem 20 efficiat 4.

⟨THEOREMATUM PARS PRIMA⟩

Theorema I. Quantitatibus quotcunque ordine positis, sive continue sint proportionales sive non, proportio primae ad ultimam componi dicetur ex proportione primae ad secundam, secundae ad tertiam, tertiae ad quartam etc. donec extiterit proportio [10].

Th. II. Si sint quotcunque quantitates, et totidem aliae quantitates quae binae sumantur in eadem ratione, in qua priores, ex aequalitate in eadem ratione erunt, sive posteriores quantitates eiusdem fuerint generis cum prioribus, sive diversi [11]. | [30]

Th. III. Si sint quotcunque quantitates continue proportionales, et totidem etiam quantitates aliae continue proportionales, sitque ut prima illarum ad ultimam, ita prima harum ad ultimam, erit quoque ut prima illarum ad secundam, ita et prima harum

[10] Per il caso delle quantità in proporzione continua van Roomen rimanda alla 10ª def. del V libro degli *Elementi* (« Cum autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam: at cum quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam: et semper deinceps, uno amplius, quamdiu proportio extiterit », *ed. cit.* di Clavio, t. I, p. 660). Per il caso invece delle quantità non proporzionali adduce da Clavio tre dimostrazioni, rispettivamente di Teone, Eutocio e Vitellione (*ib.*, t. I, pp. 739-748, dal commento alla 5ª def. del VI libro). Ci limitiamo alla dimostrazione di Eutocio, rimandando alla nota I di questa *Appendice*, ove si riporta il testo nella versione latina di Commandino.

[11] Se $A:B = E:F$
$B:C = F:G$
$C:D = G:H$ dico $A:D = E:H$
per il I teor. $A:D = (A:B)\cdot(B:C)\cdot(C:D)$
$E:H = (E:F)\cdot(F:G)\cdot(G:H)$
ma $(A:B)\cdot(B:C)\cdot(C:D) = (E:F)\cdot(F:G)\cdot(G:H)$ quindi $A:D = E:H$ c.d.d

ad secundam: sive posteriores quantitates eiusdem fuerint generis cum prioribus, sive diversi [12].

Th. IV. Duarum quantitatum propositarum aggregatum et differentia si coniungantur, summa erit dupla maiori propositarum [13].

Th. V. Duarum quantitatum propositarum differentia si ab aggregata dematur, residuum est duplum minori propositarum [14].

Th. VI. Si quatuor quantitates ita sese habeant, ut composita ex prima et secunda, sit compositae ex tertia et quarta aequalis: erit quoque differentia primae et tertiae aequalis differentiae secundae et quartae [15].

[12] Se $A:B = B:C$
$D:E = E:F$
$A:C = D:F$ dico $A:B = D:E$
per il I teor. $A:C = 2\,(A:B)$
$D:F = 2\,(D:E)$ da cui $2\,(A:B) = 2\,(D:E)$
$A:B = D:E$ c.d.d.

[13] Se $A > B$
(1) $A + B = C$
(2) $A - B = D$
addizionando (1) e (2), si ha $C + D = 2\,A$ c.d.d.

[14] Se $A > B$
(1) $A + B = C$
(2) $A - B = D$
sottraendo (2) da (1), si ha $C - D = 2\,B$ c.d.d.

[15] Se $A > B\,,\ C > D$
$A + B = C + D$
sottraendo $A + B = C + D$
$B + C = B + C$
$A - C = D - B$ c.d.d.

Th. VII. Si quatuor quantitates eiusmodi proponantur, ut composita ex prima et secunda sit composita ex tertia et quarta maior, sint quoque prima tertiae et secunda quartae comparatae simul aut maiores aut minores, tunc differentia primae et tertiae, cum differentia secundae et quartae, aequalis est differentiae compositarum ex prima cum secunda et ex tertia cum quarta [16].

Th. VIII. Si quatuor quantitates eiusmodi proponantur, ut composita ex prima et secunda sit composita ex tertia et quarta maior, neque fuerint prima tertiae et secunda quartae comparatae simul maiores aut minores, tunc differentia differentiarum primae et tertiae, secundae et quartae, aequalis erit differentiae aggregatorum primae et secundae, tertiae et quartae [17].

[16] Se $A + B > C + D$, $A > C$, $A - C = E$
$B > D$, $B - D = F$
dico $E + F = (A + B) - (C + D)$

addizionando $C + E = A$
$D + F = B$

$C + D + E + F = A + B$ ossia $E + F = (A + B) - (C + D)$ c.d.d.

[17] Se $A + B > C + D$, $A > C$, $A - C = E$
$D > B$, $D - B = F$
dico $E - F = (A + B) - (C + D)$

sottraendo $A - C = F$
$D - B = E$

$A - C - D + B = E - F$ ossia $E - F = (A + B) - (C + D)$ c.d.d.

Theorematum pars secunda

In qua ratio quantitatum numeris expressa proponitur, secundum quatuor regularum arithmeticae instrumenta.

Lemma I. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fuerintque termini proportionis consequentes iidem, erit antecedens prioris rationis ad antecedens posterioris, velut quantitatum assumptarum prior ad posteriorem [18]. | [31]

Lem. II. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fuerintque ex terminis utriusque proportionis tria facta producta, quorum primum sit ex numero antecedente prioris proportionis in consequentem posterioris, alterum vero ex antecedente posterioris rationis in consequens prioris, tertium demum ex consequentium uno in alterum, tunc producta priora ad postremum in ea erunt ratione, in qua quantitates assumptae priores ad tertiam [19].

[18] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F
se (1) $A:C = D:E$
(2) $B:C = E:F$ dico $A:B = D:E$
invertendo (2) $C:B = F:E$ *ex aequali* $A:B = D:E$ c.d.d.

[19] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F, G
se $A:C = D:E$ $D \cdot G = H$
$B:C = F:G$ $F \cdot E = I$
$E \cdot G = K$ dico 1) $H:K = A:C$
2) $I:K = B:C$

infatti

1) essendo $G = \begin{cases} H:D \\ K:E \end{cases}$ è $H:D = K:E$ ossia $D:E = H:K$ ma
$D:E = A:C$ quindi
$H:K = A:C$ c.d.d.

2) essendo $E = \begin{cases} I:F \\ K:G \end{cases}$ è $I:F = K:G$ ossia $F:G = I:K$ ma
$F:G = B:C$ quindi
$I:K = B:C$ c.d.d.

Lem. III. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fuerintque ex terminis utriusque proportionis duo facta producta, quorum prius sit ex numero antecedente prioris proportionis in numerum consequentem posterioris, alterum vero ex termino antecedente posterioris rationis in consequentem prioris: tunc productum prius ad posterius est in ea ratione, in qua quantitatum assumptarum prior ad alteram [20].

Theorema I. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, sitque terminus consequens utriusque proportionis idem, quam proportionem habuerit summa terminorum antecedentium ad terminum consequentem communem, eandem habet aggregatum duarum assumptarum quantitatum ad tertiam. Praeterea quam proportionem habuerit differentia duorum terminorum antecedentium ad terminum consequentem communem, eandem habet differentia duarum assumptarum quantitatum ad tertiam [21].

[20] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F, G
se $A:C = D:E$ $D \cdot G = H$
$B:C = F:G$ $F \cdot E = I$
$E \cdot G = K$ dico $H:I = A:B$
infatti $A:C = H:K$ (II lem.)
$B:C = I:K$ (II lem.) e invertendo
$C:B = K:I$
ex aequali $H:I = A:B$ c.d.d.

[21] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F
se $A:C = D:E$
$B:C = E:F$ dico 1) $(A + B):C = (D + E):F$
2) $(A - B):C = (D - E):F$
infatti
1) $A:B = D:E$ (I lem.) e componendo
$(A + B):B = (D + E):E$ ma
$B:C = E:F$ *ex aequali* $(A + B):C = (D + E):F$ c.d.d.

Th. II. Si quantitatis prioris ad posteriorem quampiam numeris sit expressa proportio, atque terminus antecedens per numerum quempiam integrum fractum mixtumve fuerit multiplicatus, quam rationem habuerit terminus antecedens ad productum, eandem habebit quantitas prior ad eam quantitatem, quae secundum multiplicatorem assumptum fuerit multiplicata [22]. | [32]

Th. III. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit explicata proportio, fuerintque termini proportionis consequentes iidem, tunc diviso terminorum antecedentium priori per posteriorem, quotiens est numerus quo quantitatis posterioris prior vel multiplex est, vel pars vel partes [23].

Th. IV. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fuerintque ex terminis utriusque proportionis tria facta producta, quorum primum sit ex numero antecedente prioris proportionis in consequentem posterioris, alterum ex numero antecedente posterioris proportionis in consequentem prioris, tertium demum ex consequente unius in consequentem alterius: quam proportionem habuerit summa duorum priorum productorum ad tertium, eandem habet

2) $A:B = D:E$ (I lem.) e dividendo
$(A - B):B = (D - E):E$ ma
$B:C = E:F$ *ex aequali* $(A - B):C = (D - E):F$ c.d.d.

[22] Quantità date A, B numeri dati C, D, E
se $A:B = C:D$ $E \cdot C = F$
$E \cdot A = G$ dico $F:C = G:A$
infatti $F:D = G:B$
$D:C = B:A$ *ex aequali* $F:C = G:A$ c.d.d.

[23] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F
se $A:C = D:F$ $D:E = G$
$B:C = E:F$ $H:B = A$ dico $G = H$
infatti $A:B = H:1$
$D:E = G:1$
ma $A:B = D:E$ quindi $G:1 = H:1$ ossia $G = H$ c.d.d.

aggregatum ex duabus assumptis quantitatibus ad tertiam. Praeterea quam proportionem habuerit differentia duorum priorum productorum ad tertium, eandem quoque differentia duarum assumptarum quantitatum habet ad tertiam [24].

Th. V. Si duarum quantitatum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fuerintque ex terminis utriusque proportionis duo facta producta, quorum primum sit e numero antecedente prioris proportionis in numerum consequentem posterioris, alterum ex numero antecedente posterioris proportionis in consequentem prioris: tunc diviso producto priore per posteriorem, quotiens est numerus, quo quantitatis posterioris prior est vel multiplex, vel pars, vel partes [25].

Conclusio capitis septimi.

Ex theorematibus praecedentibus manifestum est quarumvis quantitatum (sive sint magnitudines ut linea, superficies et corpus, sive numeri integri fracti et mixti, sive motus, sive tempora, sive

[24] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F, G

se $A:C = D:E$ $D \cdot G = H$
$B:C = F:G$ $F \cdot E = I$
$E \cdot G = K$ dico 1) $(A + B) : C = (H + I) : K$
2) $(A - B) : C = (H - I) : K$

infatti

1) $A:B = H:I$ (III lem.) e componendo
$(A + B):B = (H + I):I$
$B:C = I:K$ (II lem.) *ex aequali* $(A + B):C = (H + I):K$ c.d.d.

2) $A:B = H:I$ (III lem.) e dividendo
$(A - B):B = (H - I):I$
$B:C = I:K$ (II lem.) *ex aequali* $(A - B):C = (H - I):K$ c.d.d.

[25] Quantità date A, B, C numeri dati D, E, F, G

se $A:C = D:E$ $D \cdot G = H$
$B:C = F:G$ $F \cdot E = I$
$E \cdot G = K$ dico $H:I = A:B$

pondera, aut alia hisce similia) additiones, subductiones, multiplicationes et divisiones numeris tanquam terminis rationem continentibus explicari posse. Quare non est quod Scaliger divino obiiciat Archimedi, quod in proportione perimetri assignanda usus fuerit ope numerorum, cum proportiones numeris et non aliis terminis explicari possint.

Caput octavum. *Comparationem laterum et arearum parallelogrammorum rectangulorum recte et legitime numeris respondere demonstratur.*

Quae praecedenti capite a nobis proposita sunt, ea omni conveniunt quantitati, ideoque et modus a nobis demonstratus, quo quantitates addi, subduci, multiplicari, et dividi possint. Unum adhuc supererat, cuius usus in tota geometria celeberrimus, tradere, videlicet quomodo parallelogrammum rectangulum comparetur multiplicationi et divisioni. Ex qua doctrina tota fere dependet ratio qua lineae, superficies et corpora numeris explicantur.

Lemma unicum. Si sint tres rectae propositae, ex quibus tria fiant parallelogramma rectangula, quorum primum sit ex prima et secunda, secundum ex secunda et tertia, tertium vero sit quadratum tertiae, tunc parallelogrammum primum ad secundum est ut recta pri|ma [33] ad tertiam, parallelogrammum secundum ad tertium est ut recta secunda ad tertiam.

Theorema I. Si duarum rectarum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fueritque terminus consequens prioris rationis aequalis termino antecedenti posterioris

infatti $A:C = H:K$ (II lem.)
$B:C = I:K$ (II lem.) e per il III teor.
$H:I = A:B$ c.d.d.

rationis, tunc terminus antecedens prioris proportionis ad terminum consequentem posterioris proportionis erit ut rectangulum quod assumptis duabus lineis comprehenditur ad quadratum lineae tertiae. | [34]
Corollarium. Hinc patet quomodo datis duobus lateribus parallelogrammi, area ipsa inveniatur.

Th. II. Si duarum rectarum assumptarum prioris ad tertiam quampiam numeris sit expressa proportio, nec non et areae parallelogrammi rectanguli duabus assumptis contenti ad quadratum tertiae lineae numeris sit expressa proportio, sintque termini consequentes iidem, quam proportionem habuerit terminus antecedens posterioris rationis ad terminum antecedentem prioris, eandem quoque hadebit assumptarum rectarum posterior (quae alterum latus existit parallelogrammi) ad rectam tertiam.
Corollarium. Hinc patet quomodo parallelogrammi rectanguli area, una cum uno latere cognitis, reliquum latus investigari possit.

Th. III. Si duarum rectarum assumptarum singularum ad tertiam numeris sit expressa proportio, fuerintque ex terminis utriusque proportionis duo facta producta, quorum prius fiat ex antecedente unius in antecedentem alterius, alterum vero ex consequente unius in consequentem alterius, quam proportionem habuerit productum prius ad posterius, eandem quoque parallelogrammum rectangulum, quod duabus lineis assumptis continetur, habebit ad quadratum lineae tertiae.
Corollarium. Hinc rursus patet quomodo datis duobus lateribus, parallelogrammi area ipsa inveniatur.

Th. IV. Si duarum rectarum assumptarum prioris ad tertiam quampiam numeris sit expressa proportio, nec non et areae parallelogrammi rectanguli duabus assumptis contenti proportio ad quadratum eiusdem tertiae: fiantque duo producta ex terminis utriusque proportionis, quorum prius fiat ex consequente posterioris in antecedentem prioris, alterum vero ex consequente prioris in antecedentem posterioris, quam proportionem habuerit productum posterius ad prius, eandem quoque habebit assumptarum quantitatum posterior ad rectam tertiam.
Corollarium. Hinc rursus patet quomodo parallelogrammi rectanguli area una cum latere uno cognitis, reliquum latus inveniri possit. | [35]

Th. V. Si duarum rectarum unius ad alteram numeris sit expressa proportio, quae est proportio quadrati prioris termini ad quadratum posterioris termini, ea est proportio quadrati supra priorem rectam descripti ad quadratum supra posteriorem rectam descriptum.
Corollarium. Hinc patet quomodo dato latere eius quadratum inveniri possit.

Th. VI. Si quadratorum duorum unius ad alterum numeris expressa sit proportio, quae est proportio radicis prioris numeri ad radicem posterioris numeri, eadem quoque est proportio lateris prioris quadrati, ad latus posterioris quadrati.
Corollarium. Hinc patet quomodo dato quadrato eius latus inveniri possit.

Conclusio capitis octavi.

Hinc collige, Scaliger, num recte quadratorum et parallelogrammorum rationes numeris accomodaverit Archimedes. Proportionatas namque magnitudines optime ope numerorum posse addi, subtrahi, multiplicari, dividi iam antea docuimus. Parallelogrammorum tam secundum aream quam ⟨secundum⟩ latera proportionem demonstravimus; sive ex lateribus invenienda area, sive ex area et uno latere inquirendum alterum latus. Hinc depen-

det tota triangulorum doctrina, quam viri clarissimi demonstrationibus firmissimis corroboratam nobis reliquerunt. Quid igitur Archimedem insectaris, tanquam si non mathematice demonstrasset ea quae in libro de circuli dimensione proposuit? Omni ergo in Archimedem deposito odio, eius demonstrationes pro veris, legitimis et mathematicis, hoc est certissimis demonstrationibus accipe.

Caput nonum.

Unum adhuc superesse video. Cum antea quantitatum, ope numerorum, proportiones inveniri quomodo debeant tradiderimus, nihil sane nos adhuc effecisse video, nisi quomodo numeris ipsis utendum sit cognoverimus. Saepius namque ante mentionem fecimus additionis, subductionis, multiplicationis et divisionis numerorum. Quomodo ergo illa executioni mandanda ostendendum. Quamvis autem multi arithmeticis suis id effecerint, nobis tamen visum fuit totam arithmeticae universalis faciem proponere: universalem inquam, quae communis sit numeris vulgaribus, numeris radicalibus simplicibus et compositis, et numeris cossicis, quod a nemine antea praestitum scio. Hanc universalem arithmeticam per problemata proposui, praxes ex theorematibus dependent. Theoremata autem citra demonstrationem a nobis sunt proposita, ne opus nimium excresceret. Hanc itaque arithmeticam appendicis loco adiunctam accipe, et quae antea in variis reperisti arithmeticis, cum nostra confer. Vale.

Capitis noni distinctio

- Methodus arithmeticae practicae universalis versatur circa
  - definitiones explicationesque terminorum, quorum in arithmetica practica usus est. De his agit Pars I.
  - problemata quae sunt duplicis generis, alia namque versantur circa
    - instrumenta regularum tam primaria quam secundaria, in tribus speciebus numerorum, integris videlicet, fractis et mixtis. Numeri autem proponuntur vel
      - citra prosthaphaeretica signa, quod sex modis potest fieri. Vel enim propositi numeri sunt eiusdem speciei, si videlicet uterque sit integer, vel fractus, vel mixtus, vel diversae sunt speciei, quod tribus modis contingit, ut si proponatur fractus cum mixto, integer cum fracto, demum integer cum mixto. Circa instrumenta regularum, in sex hisce datorum differentiis, versari debent problemata arithmetica. Ut autem tractatio nostra methodica magis esset, in duas partes eam distinximus, ita ut in una problemata quae circa primum casum versantur comprehenderimus, in altera vero problemata quae circa reliquos omnes simul. Itaque numerorum duorum citra prosthaphaeretica signa propositorum
        - integer est uterque. Circa instrumenta horum versatur Pars II.
        - fractus uterque, vel mixtus uterque, vel fractus unus, mixtus alter, vel integer unus, fractus alter, vel demum integer unus, mixtus alter. Circa instrumenta horum versatur Pars III.
      - cum signis prostaphaereticis, cuiuscunque generis sint numeri. Circa instrumenta horum versatur Pars IIII.
    - regulas universales. Circa has versatur Pars V.

Appendice IV

La 'Methodus admirandorum mathematicorum' (1613) di J. H. Alsted

Il I libro della *Methodus admirandorum mathematicorum* del 1613 rappresenta l'unico testo di Alsted in cui si delinei una 'mathematica generalis'. Dal punto di vista redazionale è da considerarsi quasi per intero una compilazione, ordinata secondo uno schema metodologico — in cui più che altro consiste l'apporto originale di Alsted —, di brani desunti da varie opere, soprattutto dalla *Protheoria mathematica* di Dasipodio (1593).

Nelle due edizioni dell'*Encyclopaedia* pubblicate durante la vita dell'autore non figura più alcuna menzione della 'mathematica generalis' (salvo un fugace accenno nella II ed.), ma si riproducono gran parte dei testi che formavano l'esposizione sintetica della *Methodus*, specialmente quelli dei capp. III-VII, che vengono inseriti senza soluzione di continuità, con qualche modifica, nella sezione dell'*archelogia*. In questa appendice riportiamo per intero, e facendolo precedere dai brani più significativi della *Isagoge*, il I libro della *Methodus*, collazionato con il testo delle due edizioni dell'*Encyclopaedia*; per i rinvii a queste ultime, in considerazione del loro diverso tipo di numerazione tipografica, le indicazioni numeriche per 'colonne' si riferiscono alla I ed. (1620), quelle per 'pagine' alla II ed. (1630).

Aggiungiamo infine, dello stesso Alsted, lo schema della sua trattazione dell' 'arithmetica generalis', che nell'opera enciclopedica sembra sostituirsi alla 'mathematica generalis'.

Isagoge in libros admirandorum mathematicorum, continens technologiam, adeoque matheseos universae oeconomiam

Scripturus libros admirandorum mathematicorum necesse habeo praemittere tecnologiam προλεγομένων loco. Atque haec sunt mathematica praecognita de natura et studio matheseos.

Technologia illa continebit philosophiae cum definitionem, tum partitionem [1].

. . .

Disciplina philosophica est vel theoretica, vel practica, vel poëtica.

Theoretica est quae agit de rebus necessariis, quae sciendae sunt; adeoque tradit cognitionem veri.

Estque vel sapientia, vel scientia.

Sapientia est una duntaxat, *metaphysica* scilicet seu prima philosophia, quae considerat ens in quantum ens.

Scientia est vel pura, vel media.

Pura est vel physica, vel mathematica.

Physica est vel generalis, vel specialis.

Physica generalis est, quae explicat proprietates rerum naturalium in genere. *Fonseca 4. Metaph. c. I. q. 2. s. 2.*[2]

Specialis est vel *pneumatica*, alias pneumatologia, de spiritu creato, vel *somatologia*, de corpore.

[1] « Technologia est doctrina de natura et differentia artium philosophicarum. Timpler in Metaph. » (*Systema mnemonicum . . . I. Minus . . .*, *ed. cit.*, p. 7). Cfr. CLEMENTIS TIMPLERI *Metaphysicae systema methodicum libris quinque per theoremata et problemata selecta concinnatum. Cui* Προπαιδείας ἕνεκα *in principio accessit eiusdem Technologia, hoc est tractatus generalis et utilissimus de natura et differentiis artium liberalium . . . Seorsum accesserunt Rodolphi Goclenii philosophi cl. notae et scholia in singula capita . . .* Hanoviae apud haeredes Guilielmi Antonii 1612[2]. La *Technologia* ha una sua paginazione propria, pp. 1-40.

[2] Questo rinvio non trova riscontro nell'opera citata di Fonseca; v. oltre, n. 4.

Mathematica est vel generalis, vel specialis.

Mathematica generalis est, quae tractat principia et affectiones multitudini et magnitudini communes. *Pererius lib. I. cap. 17. p. 37. Dasypod. in proleg. compend. Mathem.*[3]

Mathematica specialis est tum *arithmetica*, tum *geometria*. | [11]

Scientia media est, quae partim physica est, partim mathematica. *Fonseca 2. Metaph. cap. 3. q. 2. s. 5.*[4]

Estque vel corporis, vel qualitatis.

Corpus consideratur vel in genere, unde *cosmographia*, vel in specie, unde est tum *uranoscopia*, tum *geographia*.

Qualitatis scientia est tum *optica*, tum *musica*, tum denique *architectonica*.

Si dichotomiam malis, hanc habe: qualitas est vel princeps, vel minus princeps. Illa est visibilis, quam *optica*, vel audibilis, quam *musica* tractat. Haec dicitur figura, de qua *architectonica*.

. . .

[3] Per Pereira v. sopra, p. 95. L'opera di Dasipodio citata da Alsted è, come si è detto, la *Protheoria mathematica*. Come viene qui formulata, la descrizione della 'mathematica generalis' dipende direttamente dalla 'scientia mathematica communis' di Pereira « . . . quae debe[a]t speculari affectiones communes magnitudini et numero ».

[4] « Mathematica contemplatur quantitatem, non spectata interim natura earum rerum, in quibus quantitas existit: cuius artis duae sunt species, geometria, quae quantitatem continuam, eiusque proprietates considerat: et arithmetica, quae discretam, hoc est, numerum, et eius affectiones. Sunt et aliae artes partim naturales, partim mathematicae ut astrologia, musica, perspectiva, et geographia, quorum prima de magnitudine, numero, et motu orbium coelestium: altera de tonorum convenientia, et concentu: tertia de ratione radiorum aspectus, qui visuales appellantur: quarta de orbis terrarum descriptione disserit » [*in margine*: Quae sint partim naturales partim mathematicae] (*Commentariorum* PETRI FONSECAE *Lusitani . . . in libros Metaphysicorum Aristotelis Stagiritae tomus primus . . .* Lugduni sumptibus Horatii Cardon, 1601, p. 401; la I ed. del I tomo dei *Commentaria* appariva nel 1577 [Romae apud Franciscum Zanettum et Bartholomaeum Tosium socios], cui seguirono riedizioni o ristampe nel 1580 (Roma), 1585 e 1591 (Lione), 1599 (Francoforte).

Haec est technologia philosophiae, quam eo fine praemisimus, ut disciplinarum mathematicarum seriem pervidere quilibet posset. Series ita habet: 1. Mathematica generalis. 2. Arithmetica. 3. Geometria. 4. Cosmographia. 5. Uranoscopia. 6. Geographia. 7. Optica. 8. Musica. 9. Architectonica. Quibus adjicimus libro primo methodicam singularum expensionem. Novem itaque libris admiranda matheseos arctabimus. Sed antequam isagogen hanc finiamus, decadem aphorismorum de natura et studio matheseos praemittemus.

I. *Aphorismus*. Omnes res aut sunt formae absolutae, sive actus puri, omnis materiae expertes, ut naturae spiritales, graecis dicuntur τὰ ἁπλῶς ὄντα; aut sunt corpora ex materia et forma composita, graecis τὰ ἐκ προσθέσεως ὄντα; aut denique accidentia, rebus inhaerentia: quorum quaedam sunt ἐνεργητικά, ut omnia qualita|tum [14] genera, et actiones a qualitatibus ortae, de quibus physiologia: quaedam παθητικά, quae nullam vim ad agendum habent, ut sunt quantitas, motus localis et tempus, quorum consideratio pertinet ad mathematicum. *Schegk. in l. I* ἀκροάσ. *Franc. Junius de Academiis*[5]. *Rockenbach. in Isagog. Geom.*

II. *Aphorismus*. Quantitas consideratur vel in communi, vel in particulari. Communiter consideratur in mathematica generali. Particulariter duobus modis consideratur, originaliter et concrete, vel essentialiter et abstracte, in sua essentia, idea, definitione, et prorsus immaterialiter. Illa dicitur αἰσθητή, haec νοητή quantitas.

III. Abstractio mathematica fit a materia sensili, sed com-

[5] Cfr. Iacobi Schegkii *Schorndorffensis in octo physicorum, sive de auditione physica, libros Aristotelis commentaria*..., Basileae [per Ioannem Hervagium 1546], pp. 1-2. Francisci Iunii *Academia*, Heidelbergae 1587, pp. 28-29.

muni, et quidem non re, sed ratione; physica fit a materia sensibili singulari tantum; metaphysica ab omni materia, sensibili et intelligibili, et re et ratione simul. Talis autem abstractio mathematica duntaxat cernitur in scientiis mathematicis puris, *arithmetica* nimirum et *geometria*, quae solae sincerae vocantur.

IV. Quantitas concrete consideratur cum certo aliquo subjecto, et quidem in disciplinis mathematicis mediis, itemque mechanicis.

V. Disciplinae mathematicae mixtae seu mediae sunt *cosmographia, uranoscopia, geogra|phia* [15], *optica, musica*. Etenim quantitas concreta in certo subiecto consideratur, vel in corpore, vel in qualitate. Quantitas fundata in corpore explicatur in genere in *cosmographia*, et in specie tum in *uranoscopia* tum in *geographia*. Qualitas est vel primaria, seu sensilis, eaque vel visibilis, vel audibilis: de illa *optica*, de hac *musica* tractat (de odorabili, gustabili et tactili non praecipit mathesis), vel secundaria, quae dicitur figura, de qua *architectonica*.

Atque hae sunt disciplinae mathematicae mediae scientificae.

Mechanicae sunt, quae nituntur mathematicarum purarum et mediarum fundamentis, earundemque utuntur regulis.

VI. Disciplinarum mathematicarum mechanicarum collegium satis est foecundum. Sunt enim vel θαυμαστοποιητικαί et αὐτοματοποιητικαί; vel σφαιροποιητικαί, quo pertinent gnomonica, dioptrica, meteoroscopica, hydrologica, hydroscopica; vel ὀργανοποιητικαί, sub quibus hydraulica, pneumatica, clasmatica, belopoëtica, cheiropalaestrica; vel centrobaricae, ubi traditur doctrina aequilibrantium et centroponderantium; vel denique architectonicae fabriles.

VII. Mathematicae mediae magis sunt mathematicae quam physicae. Quamvis enim earum objecta partim ad naturalem philosophum, partim ad arithmeticum et geometram spe|ctent [16], tamen a potiori fieri debet denominatio. Quum igitur objecti partes

duae sint, materiale et formale, id est, res considerata et modus considerandi, oportet formale potius spectare, quam materiale. Jam vero modus considerandi est mathematicus, quippe quum habeant principia mathematica istae disciplinae mediae. Ita statuimus cum Aristotele contra Thomam, qui eas magis physicas esse asseruit.

VIII. In mathematicis disciplinis datur subalternatio propriissime dicta. Subalternatio est, secundum quam una disciplina subalternans, altera subalternata dicitur. Fitque vel ratione principiorum, vel ratione subjecti, vel ratione finis. Illa et ista theoreticis, haec in practicis locum habet. Ratione principiorum ea disciplina dicitur subalternata alteri, cujus principia in illa demonstrantur, sive id fiat ostensive, sive deductione ad impossibile. Ratione subjecti ea scientia subalternatur alteri, cujus subiectum sub illius subiecto continetur. *Fonseca in 4. Metaph. c. 1 q. I.*[6] Quum igitur in scientiis mathematicis scientia subalternata a subalternante accipiat subjectum, principia et affectiones, subalternationem κυριολέκτως in scientiis mathematicis dari diximus, secuti *Zabarellam de tribus praecogn. cap. 12.*[7] Sic v. g. arithmetica habet subjectum abjunctum a materia et omni sensili qualitate, musica vero in eodem versatur cum certae ma|teriae [17] et sensibilis qualitatis additione. Nam arithmetica de numero tractat abstracte, musica de eodem, quatenus consideratur ut sonorus; geometria de linea, perspectiva de linea visuali praecipit.

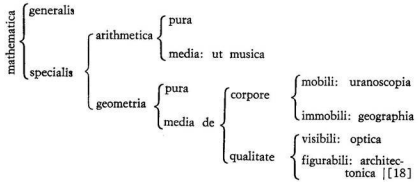
IX. Musica ante opticam collocari potest, si dignitatem subalternationis spectes. Musica enim subalternatur arithmeticae, optica geometriae. Arithmetica autem nobilior est geometria. At si

[6] Alsted desume *ad litteram* da Fonseca le due definizioni della *subalternatio ratione principiorum* e di quella *ratione subiecti*, ma la citazione va rettificata in *Fonseca in 4. Metaph. c. I, q. 11* (*Commentariorum ... op. cit.*, p. 506).

[7] Cfr. *Liber de tribus praecognitis, Cap. XII. De illis scientiis quae subalternae appellantur*, in Iacobi Zabarellae *Patavini Opera logica ... editio quarta*, Coloniae sumptibus Zentzneri 1603, coll. 522-526.

dignitatem objecti spectes, optica est nobilior musica. Visus enim nobilior est auditu.

X. Si aliam mathematicarum scientiarum seriem desideras, habe tibi istam



Satis de iis, quae praecognoscenda sunt matheseos studioso. Nunc ordine pertexemus novem admirandorum mathematicorum libros. Tu, Domine Deus Pater caelestis, da mihi recta scribere, tibi in onorem, proximo in fructum. | [19]

ADMIRANDORUM MATHEMATICORUM

LIBER PRIMUS
CONTINENS MATHEMATICAM GENERALEM

Cap. I. Matematicae generalis definitio

Mathematica generalis est scientia, tractans de quantitate communiter.

Mathesis ἀπὸ τοῦ μαθεῖν, *a discendo*, nomen habet, cujus notationis treis causas adferunt mathematici. I. Quia non est cuivis obvia, sed iis qui diligenter discunt. Neque enim mathesin a magistris mutis, sine vivis, ullus didicerit. 2. Quia omnium primo primitus discenda erat. Hinc est quod Aristoteles in organo logico multis utitur terminis et exemplis mathematicis, tanquam praecognitis. 3. Quia usque adeo sunt excellentes, | [20] ut sine iis nemo philosophi titulo gaudere possit. Vide in hanc sententiam *Arist. l. 5. Metaph. c. I., l. I. de anima c. I., Proclum in commentar. in Euclid. l. I. c. 7., Conrad. Dasypod. in compend. Mathes.*[8] Haec duplex est generalis, et propria. Generalis, alias universalis, tradit communia principia, theoremata, et accidentia,

[8] I due rinvii ad Aristotele e a Proclo sono desunti dalla *Protheoria mathematica*, dove hanno riferimento non all'etimo di 'mathesis' ma ai 'subiecta mathematicarum disciplinarum': « Subiecta autem mathematicarum disciplinarum quaenam sint plurimum disputatur. Aristoteles tamen dilucide, tum alijs in locis hoc exponit, tum lib. I. de Anima cap. I, ubi inquit mathematicus tractat abstractas res, et clarius lib. e. Metaphys. cap. I. eadem docet. Ex quibus aristotelicis verbis apparet, subiecta mathematica a sensili et mobili quidem materia non esse separata: non tamen a mathematico considerari quatenus sunt in materia, verbi gratia ligno aut lapide aut alio aliquo corpore. Itaque mathematica occupatur non circa intelligibilia et prorsus immobilia, neque etiam circa ea quae sub opinionem et sensum cadunt, sed ut Proclus inquit lib. I. Comm. in Euclidem cap. 7: Excitatur quidem a posterioribus, hoc est rebus sensibilibus, sed postea pervenit ad priora et sub mentem cadentia . . . » (p. 6).

quibus cognitis, singula in singulis scientiis specialibus faciliori et expeditiori via percipiuntur. Et vero speciales mathematicae disciplinae ad generalem illam confugiunt, tanquam matrem, et ab ea sua principia et accidentia petunt[9]. Communia illa hic proponuntur ἐν θέσει, in specialibus ἐν ὑποθέσει. Etenim communia principia et accidentia mathematica non tribuuntur numero, qua numerus est, sed quatenus omnibus rebus mathematicis insunt. Non enim numero, qua numerus est, sed numero, quatenus est in serie mathematica, competunt[10].

Cap. 2. Principia mathematica essendi

Mathematicae generalis partes duae sunt, archelogia et pathologia.

Diximus quantitatem hic considerari communiter. Communiter autem in ea notamus duo, principia scilicet et accidentia sive com|munes [21] ejus affectiones. Atque hinc duae, quas modo diximus, illius partes. Itaque

Archelogia[11] *est prima mathematicae generalis pars, quae tractat de quantitatis principiis.* Intellige quantitatem, qua cogno-

[9] « Generalis, alias universalis . . . et accidentia petunt », cfr. *Protheoria mathematica*, p. 30; in *Appendice I*, p. 201.

[10] « Etenim communia . . . competunt. », cfr. *Protheoria mathematica*, p. 31; in *Appendice I*, pp. 201-202.

[11] Si compari questo schema dell' 'archelogia mathematicae generalis' con lo schema dell' 'archelogia philosophiae' nel *Compendium encyclopaediae philosophicae* premesso all'*Encyclopaedia* del 1620, come esempio del procedere topologico di Alsted:

« . . .

8. *Archelogia quid est?* Doctrina de principiis philosophiae.

9. *Quotuplicia sunt principia philosophiae?* Duplicia: essendi et cognoscendi.

10. *Quae sunt principia essendi?* Causae externae et internae.

11. *Quae sunt causae externae? Efficiens* philosophiae, eaque tum prima, ut Deus; tum secunda, ut homo, qui est praeditus lumine naturae, et impellitur partim naturali sciendi desiderio, partim praestantia philosophiae:

scibilis est in mathesi. Itaque conjunctim tractabimus quantitatis et matheseos principia. Acutus lector facile discernet.

Principia quantitatis sunt vel essendi, vel cognoscendi.

Principia essendi sunt, quae important influxum (sic loquuntur artifices) *ad esse quantitatis.*

Suntque vel externa, vel interna.

Principia externa sunt efficiens et finis.

Efficiens est vel independens, Deus, author omnis boni in natura et supra naturam; *vel dependens, et hoc duplex est, principium scilicet quod et quo.*

Principium quod est homo, qui πέφυκε, id est, aptus natus est, *abstrahere a materia communi, non re, sed ratione.* Ille enim invenit mathematicas scientias, inventas excoluit, docendo discendoque.

Principium quo est intellectus, isque tam theoreticus, quam poëticus. Intellectus secundum accidentales differentias, non autem formales, dicitur esse theoreticus, practicus et poëticus. Intellectus enim a seipso non differt essentia diversa. *Scal. ex. 307. s. 23.*[12]. Dicitur theoreticus, in | [22] quantum cognoscit objectum, ut cognoscat; practicus, quatenus cognoscit objectum, ut homo illud agat ejusque operatione perficiatur; poëticus denique, quatenus cognoscit objectum, ut homo illud efficiat et artifex inde vocetur. Principium itaque quo constitutas volumus mathematicas disci-

et *finis*, isque tum absolutus, ut est gloria Dei, et perfectio intellectus, voluntatis ac loquelae hominis, tum relatus, ut est utilitas philosophiae in theologia, jurisprudentia et medicina.

12. *Quae sunt internae causae philosophiae? Materia*, ut disciplinae constantes praeceptis et regulis; et *forma*, ut est unio ac dispositio disciplinarum philosophicarum.

13. *Quae sunt principia cognoscendi?* E quibus deducuntur conclusiones philosophicae . . . » (p. 7).

[12] Cfr. Julii Caesaris Scaligeri *Exotericarum exercitationum lib. XV de subtilitate ad Hieronimum Cardanum.* Francofurti apud Andream Wechelum 1576, *Exercitatio 307.*, [*sectio*] *23. De voluntate*, pp. 966-967.

plinas, dicimus intellectum θεωρητικόν τε καὶ πρακτικόν. Sed notetur, haec ipsa duo principia, quod et quo, diverso respectu vocari posse principia cognoscendi. Homo siquidem est principium quod cognoscit; intellectus, principium quo homo cognoscit.

Finis scientiarum mathematicarum est vel remotissimus et primus, gloria Dei; vel remotus et intermedius, cognitio macrocosmi et oblectatio microcosmi; vel proximus, quantitatis solida cognitio. Aristoteles dicit: *Mathematica non habent finem. 3. Rhetor.* Non enim propter se, sed aliorum causa tractantur: *I. Metaph.*[13] « Quanquam enim theoremata et conclusiones transferuntur ad opus, veluti ad agrorum metationes, ad architecturam, non tamen hae illarum fines sunt. Alioqui mathematicus esset artifex, cujus finis est opus. Hoc enim ridiculum. Praecisam enim suam sibi habent cognitionem, quae ad nullam deducitur opus » *Scal. ex. 342.*[14] « Aliud autem est scientiae objectum habere finem, aliud artificem ipsum. Nemo est ex omniscientum aut artificum turba, qui agat quicquam si|ne [23] aliquo. Non tamen omnis scientia habet finem, id est, causam finalem, propter quam subjectum constituatur a forma, quam finis moveat. Sic nulla causa movet quadrati formam sive potius figuram, ut sit in intellectu mathematico » *Scalig. d. l.*[15] Nos dicimus ita: mathematica non habent finem, qui operatione in subjectum est introducendus, qualem finem habent prudentiae, quas ita erudite

[13] I due rinvii ad Aristotele sono di Scaligero nella *Exercitatio 342*: « Mathematicis nullum esse finem docet Philosophus in 3. Rhetoricorum. οἱ μαθηματικοὶ λόγοι οὐκ ἔχουσιν ἤδη· ὅτι οὐδὲ προαίρεσιν. τὸ γὰρ οὗ ἕνεκα οὔκ ἔχουσι. In I. 13. transnaturalis Philosophiae sic scriptum est de mathematicis » (pp. 1070-1071); v. nota seguente.

[14] *Exotericarum exercitationum . . ., ed. cit., Exercitatio 342.: An mathematica finem habeant. De abstractione*, p. 1072. Abbiamo racchiuso tra virgolette il testo *ad litteram*, salvo qualche insignificante variante, di Scaligero; così per le seguenti citazioni.

[15] *Exotericarum exercitationum . . ., ed. cit., ib.*, p. 1070.

vocant. Finem autem, quem modo assignavimus, habent mathematica.

Principium intrinsecum est vel materiale, vel formale.

Principium materiale quantitatis est τὸ *minimum quantitativum*, quod est in praedicamento quantitatis δι' ἀναγωγῆς, per reductionem.

Philosophi naturales in schola sua physica habent titulum de *minimo naturali* [16]. Finita enim quum sint corpora naturalia, utique ex finitis. *Scal. ex. 16 s. 4.* Hoc est quod dicit Philosophus in Physicis, « ubi loquitur de lapidis cavatione. Multae, inquit, cadentes guttae nihil auferunt de lapide, sed una tantum: puta, centesima in aliarum virtute partem lapidis tollit, quae tum tota simul aufertur, non autem particulatim. Ergo si non sunt ablationes tot, quot sunt guttae, aliquot erunt sine ablatione, et una postremo auferetur. Illud igitur tantillum lapidis erit prima ad compositionem, et minima lapidis pars. Fit enim in ea primus motus. Atque | [24] haec ablata fuisset a prima gutta, si illa continuisset priorum vires in sua vi, id quod efficere potuisset alterius subjecti ratione, videlicet luti. Idem statuendum est de lapidis fractione per malleum, quae fit tertio, aut quarto ictu minus valido, aut ab uno valido satis. Si est igitur minimum naturale, quod a gutta aufertur, eadem ratione in motu pertransibitur spatium *minimum quantum*, per tempus *minimum quantum*, a corporis portione *minima quanta.* Quae non licet actu designare propter continuitatem. Sic delentur tot dubitationes de instanti, de in⟨di⟩visibili » [17], adeoque puncto et unitate. Aliud enim est esse actu indivisibile, et sensu, aliud potestate mathematicae intellectionis.

[16] Con la tesi del *minimum naturale* nella filosofia scolastica si affermava un limite nella divisibilità della materia a seconda della natura specifica della sostanza. Cfr. P. HOENEN, *Cosmologia*, Roma 1936², pp. 502-515.

[17] *Exotericarum exercitationum . . ., ed. cit., Exercitatio 16.*, [*sectio*] *4.: De minimo naturali. Et de quanti occupatione per motum*: « Quod autem minima dentur naturalia, nemo sanus dubitabit. Finita enim sunt corpora naturalia. Hoc a praeceptore didicimus veritatis in libris Physicorum, sed manifestissime ubi loquitur de lapidis cavatione. Multae, inquit, cadentes guttae . . . Sic, delentur tot dubitationes de instanti atque indivisibili » (pp. 83-84).

Principium formale est ordo continuitatis, quo extrema quantitatis conjunguntur per medium. Tradunt philosophi, in quavis quantitate esse duo extrema et medium continuationis, id est, principium, medium et finem. Medium illud est participationis, non autem negationis [18].

Cap. 3. Elementa mathematica

Talia sunt principia essendi, tam quantitatis, quam mathematicarum scientiarum; *sequuntur principia cognoscendi, quae regunt cogni|tionem* [25] *mathematicorum doctorum et discipulorum.*

Principiis his addimus conclusiones, ut contraria juxta se posita clarius elucescant.

Eorum considerantur species et communes affectiones.

Species principiorum cognoscendi ita circumscribimus, secuti *Proclum. l. 3. comment.* [19]

[18] « . . . quemadmodum in arithmeticis *minimum quantitativum* est unitas, in physicis *minimum naturale* est ἄτομον, non Epicuri, sel verorum philosophorum, quibus ἄτομον dicitur minima particula seminis, in qua est δύναμις πλαστική: sic in geometricis *minimum quantitativum* est punctum. Formale autem magnitudinis est ordo continuitatis, quo extrema conjunguntur per medium ⟨motu scilicet geometrico {*Encyclopaedia* 1630}⟩. Nam quia terminus magnitudinis (utrinque scilicet eam terminans) se habet ut principium et finis: principium vero et finis non sunt continua sine intermedio quodam: ideo in magnitudinis constitutione medium quoddam mente concipiendum est; quod ipsum etiam est punctum. Unde *Aristoteles 4. phys. tex. 105*, et alibi recte tribuit puncto haec duo, quod magnitudinem terminet et continuet » (*Encyclopaedia* 1620, t. II, col. 810; *Encyclopaedia* 1630, t. III, p. 876).

[19] Cfr. versione di Barozzi, *ed. cit.*, pp. 44-47; ed. Friedlein 75, 27-81, 22. Ma Alsted ha anche presente la *Protheoria mathematica*, p. 37.

Propositio mathematica[20] *est vel elementum, vel elementi speciem habens, vel neque est elementum, neque elementi speciem habet, sed ab utroque sejuncta est.* Illa et ista veniunt nomine principii; haec conclusionis. [Si dichotomiam mavis, hanc habe: *Propositio mathematica est vel principium, vel conclusio. Principium est vel immediatum, vel mediatum. Immediatum vocatur elementum; mediatum, quod elementi speciem habet.*

Elementum est propositio simplicissima, prima et immediata, a qua pendet cognito sequentium.

Principia prima mathematicis dicuntur elementa, metaphora sumta e physicis.] [21] Hujusmodi elementa collegit Euclides. Elementa vocat, non quod omnia et singula sint elementa, sed quod plurima. [Ita semper a potiori fit denominatio.] « Nempe sunt paucae quaedam propositiones ibi pro principiis: aliae pro conclusionibus: multae pro consequentibus, quae vocantur corollaria: nonnullae conversae, quas ille suo diduxit ar|bitratu [26] ad exercendam juventutem » *Scal. ex. 319.*[22]. [Ista elementa vocantur

[20] A partire da « Propositio mathematica est vel elementum . . . » fino a tutto il VII cap. il testo viene riprodotto nell'*Encyclopaedia* del 1620 (t. I, coll. 46-50; *Lib. I, exhibens archelogiam philosophicam, id est, doctrinam de principiis philosophiae. Cap. VIII: Principia theoretica regulativa: VI. Principia mathematica consideranda sunt in genere quantum ad naturam suam, et in specie quantum ad numerum*). Racchiudiamo in parentesi angolate le aggiunte dell'*Encyclopaedia*, in quelle quadre le omissioni. Non abbiamo segnalato i pochi ritocchi redazionali di scarso rilievo. Il testo dell'*Encyclopaedia* è continuo, non ripartito in capitoli come nella *Methodus*, e pertanto vi sono omessi i titoli che figurano in questa, titoli che tuttavia non abbiamo racchiusi in parentesi quadre. Lo stesso testo della I ed., con pochissime integrazioni segnalate nei rispettivi luoghi, compare nella II ed. dell'*Encyclopaedia*, del 1630 (I t., pp. 83-84); pertanto le citazioni della I ed., cui direttamente ci riportiamo, sono identiche al testo della II ed., salvo indicazione contraria.

[21] *Encyclopaedia*: « . . . haec conclusionis. *Elementum* est principium mathematicum immediatum, propositio videlicet prima et simplicissima, a qua pendet cognitio sequentium. » (col. 46; p. 83).

[22] *Exotericarum exercitationum . . ., ed. cit., Exercitatio 319.: De Euclidis*

prima principia, scilicet in mathesi, non ἁπλῶς πρῶτα sed κατά τι. Si enim conferantur cum metaphysicis principiis, prima non sunt. *Stricte* sumtum hoc vocabulum significat propositionem simplicissimam, e qua dubiorum, quae in aliis occurrunt, fit solutio. *Late* interdum sumitur, et] sic omnis [23] propositio, quae demonstrat et confirmat, est elementum ejus, quae confirmatur: quo sensu prima propositio apud Euclidem est elementum secundae propositionis, et quarta quintae. Et hac ratione multa theoremata et problemata sunt elementa. Nos primo significatu accipimus, et cum omnibus mathematicis pronuntiamus, elementa [24] Euclidea esse omnium optima, ita ut sine iis nemo possit feliciter mathematicis operam dare. Sunt enim simplicissima, primisque principiis metaphysicis maxime adfinia, demonstrationumque fontes. Nam Archimedes in libris de sphaera et cylindro, Apollonius, Prolemaeus, Serenus, Theodosius, Autolycus et reliqui artifices utuntur principiis, quae in elementari hac doctrina occurrunt, tanquam concessis, affirmatis, minimeque dubiis [25].

[*Elementum est vel* ἀξίωμα, *vel* ὅρος.

Ἀξίωμα, *alias* κοινὴ ἔννοια], *est communis* [26] *sententia per se nota, et omnium hominum mentibus insita, cui assentiuntur sine ulla* δείξει *vel* ἀπο|δείξει [27]. [Cicero Germaniae, Sturmius,

propositionibus reducendis, p. 1024. Nel testo di Scaligero si ha in più 'paucae' e in luogo di 'multae' si ha 'plurimae'.

[23] *Encyclopaedia* « . . . Scal. ex. 319. Atque ita vox haec *elementum* accipitur late. Sic omnis . . . » (col. 46; p. 83).

[24] *Encyclopaedia*: « . . . problemata sunt elementa. Nos propriissime et strictissime hic accipimus vocem elementi pro principio: et asserimus cum omnibus mathematicis, elementa . . . » (*ib.*).

[25] Cfr. *Protheoria mathematica*: « Sicuti Archimedes in libris de sphaera et cylindro, et Apollonius, Ptolomaeus, Serenus, Theodosius, Autolycus, aliique omnes utuntur principiis, seu primis propositionibus, quae in hac elementari doctrina sunt, tanquam propositionibus concessis et adfirmatis, minimeque dubiis » (p. 39).

[26] *Encyclopaedia*: « . . . minimeque dubiis. Porro elementum est axioma, vel definitio. *Axioma* est communis . . . » (col. 46, p. 83).

hujusmodi communes notiones vocat honoraria pronuntiata, Stoici προλήψεις, q. d. anticipatas notiones.] [27] *Hujusmodi in mathesi communes sententiae* sunt octo.

1. *Totum est majus sua parte.*
2. *Si aequalibus aequalia addantur, tota sunt aequalia.*
3. *Si ab aequalibus aequalia auferantur, quae relinquuntur sunt aequalia.*
4. *Si inaequalibus aequalia vel inaequalia adjiciantur, tota inter se fiunt inaequalia.*
5. *Si ab inaequalibus aequalia subducantur, quae relinquuntur sunt inaequalia.*
6. *Quae uni et eidem sunt aequalia, etiam inter se sunt aequalia; vel, ut alii enuntiant, quae uni tertio conveniunt, inter sese conveniunt, et contra* [28].
7. *Quaecunque sunt ejusdem dupla, sive aeque multiplicia aequaliterve majora, sunt inter se aequalia, et viceversa.*
8. *Quaecunque sunt ejusdem dimidia, sive aequaliter minora,*

[27] La menzione di Sturm e degli stoici qui omessa era già ricorsa, nell'opera enciclopedica, nella trattazione dei *principia* in generale, ma con diversa disposizione e in una diversa classificazione dei principi stessi: « Principia sunt φυσικά vel θετικά. *Arist. 1. post. sub. finem.* Φυσικά sunt, quibus intellectus humanus nativa proprietate assentitur sine prolixiore declaratione: ut, *totum est majus sua parte, parentes sunt colendi.* Haec Aristoteles vocat δυνάμεις συνφύτας. Damascenus ex veteribus philosophis κοινὰς ἐννοίας, alii καταλήψεις φυσικάς, Stoici προλήψεις, *anticipationes et inclinationes naturales.* Θετικά sunt, quae in disciplinis ponuntur ad earum conclusiones notificandas et probandas. Haec Aristoteles vocat theses, sicut principia φυσικά vocat ἀξιώματα. Sturmius axiomata eleganter vocat *pronuntiata honoraria.* Principia thetica sunt definitiones, hypotheses et postulata . . . » (col. 32; p. 78).

[28] *Encyclopaedia:* « 6. *Quae uni et eidem sunt aequalia vel inaequalia, inter se sunt aequalia vel inaequalia: et vicissim.* Alii sic enuntiant hoc principium, quod dicitur proportionis κατ' ἀντονομασίαν: *quae in uno tertio conveniunt, vel non conveniunt, inter se conveniunt vel non conveniunt.* Alii vero sic: *quae sibi mutuo congruunt* ⟨*vel non congruunt* [E. 1630]⟩, *et inter se sunt aequalia* ⟨*vel inaequalia* [E. 1630]⟩ » (col. 46; p. 83).

inter se quoque sunt aequalia. [Atque haec principia vere admiranda sunt.]

Haec sunt octo axiomata, fontes omnium demonstrationum in mathesi. Plura si quis adferat, illa vel non sunt axiomata, vel ad haec octo reduci possunt. Sunt haec axiomata velut instrumentariae causae noëticae, quibus in geodaesia magnitudines abstracte, mentis acie, sine aliorum instrumentorum adminiculo, mensurari | [28] possunt. *Petrus. Ryff. part. 2 Geom. c. I.*[29] [Quod vero attinet terminos incomplexos, qui in his talibus principiis occurrunt, eos non mathematicus, sed metaphysicus explicat: qui ipse horum principiorum demonstrationem affert, videlicet per deductionem ad impossibile, procedendo ex illo principio simpliciter primo: *impossibile est idem esse et non esse.* Iccirco quid

[29] *Encyclopaedia:* « Haec octo axiomata sunt fontes primi omnium demonstrationum in mathesi: suntque velut instrumentariae causae noëticae, quibus omnia possunt mensurari abstracte, mentis acie, sine aliorum instrumentorum adminiculo. Si quis adferat plura praeter haec, illa vel non sunt axiomata, vel ad haec octo reduci possunt. Ita Ludolphus a Collen adfert ista duodecim axiomata . . . » (col. 47; p. 83: seguono gli enunziati degli assiomi di van Colen). Quanto al rinvio alle *Quaestiones geometricae*, omesso come si vede nell'*Encyclopaedia*, Ryff [Rivius], dopo aver riportato e spiegato gli otto assiomi che deriverebbero dall'8° assioma del I libro degli *Elementi*, « magnitudines congruas esse aequales » (« Inde foecunda consectaria, e loco logico comparatorum, in hac schola ab Euclide recepta, deducuntur » — si noti l'influenza ramiana quanto alla connessione degli assiomi al *locus de comparatione*), afferma: « Atque ita mensuramus cuncta solida et liquida, concrete et abstracte. Sunt enim axiomata haec causae instrumentariae noëticae, quibus magnitudines abstracte etiam mentis acie mensurari solent » (*Quaestiones geometricae in Euclidis et P. Rami* Στοιχείωσιν *in usum scholae mathematicae collectae a doctore* Petro Ryff, *Basil. mathematum professore. Quibus Geodaesiam adjecimus per usum radii geometrici*, Francofurti apud Andr. Wecheli heredes . . . 1600, p. 48-49). La pericope 'in geodaesia' omessa nell'*Encyclopaedia* e non figurante nel testo di Ryff, sta probabilmente per 'in geometria'. Ryff definisce la *geodaesia*: « ars quae propositae magnitudinis materiatae quantitatem nota quadam mensura invenit », in contrapposizione alla considerazione astrattiva, ἐξ ἀφαιρέσεως, della geometria (p. 110).

sit *unum, aequale, inaequale, totum, pars*, declarat primus philosophus. Ad primum enim philosophum, tanquam dictatorem, pertinet judicium et constitutio scientiarum, adeoque principiorum, quae solus probat. *Scal. ex 321.*[30] Probat, inquam, sive demonstrat, non ostensive, sed deductive, hoc est, ἀπαγωγῇ εἰς ἀδύνατον. Nam principia sunt ἀναπόδεικτα a priori. Illorum autem evidentia ostendi potest per deductionem ad absurdum sive impossibile.]

"Ορος, *definitio, alias* θέσις, *positio, est sententia, non natura nota* [*aut praescita,*] *neque etiam probata, sed ab artifice docendi causa posita*: qua declarata, aut etiam simpliciter proposita, statim assentimur illis veritati: [ut,] ⟨Exemplum unum e plurimis hoc esto: ⟩ *circulus est curvilineum rotundum, in quo omnes lineae a centro peripheriam versus ductae sunt aequales*[31].

Cap. 4. Propositiones elementorum speciem habentes

Propositio, quae non quidem est elementum, sed tamen elementi speciem habet, ⟨*et proinde est principium mediatum,*⟩ *est* ⟨*que*⟩ *vel postulatum, vel hypothesis*[32].

Postulatum [graecis αἴτημα,] *est propositio corrogata, quam artifex sibi dari et concedi postulat.* [*Cic. l. 3. Offic.* Non enim solent mathematici omnia demonstrare, sed postulare, ut sibi quaedam concedantur, quo facilius quae volunt explicent: ut si quis petat ad demonstrationem suam conficiendam cum Copernico, *coelum stare, terram moveri. Victor. Strigel. in Logic. Melancthth.*[33] Quanquam sunt, qui putant, Copernicum serio istam sententiam defendisse, id quod nostra memoria facit *Cl. Origanus.*][34] Saepe tamen mathematici vocem hanc paulo aliter usurpant. Vocant enim *postulata* eas propositiones, quae non demonstratione, sed simplici delineatione facta cognoscuntur: ut, *petatur a puncto ad punctum ducere rectam lineam*, q. d. peto a vobis, ut a puncto dato ad alterum datum recta ducatur, id quod factu est facillimum[35].

[30] *Exotericarum exercitationum . . ., ed cit., Exercitatio 321.: An geometria sit omnium scientiarum subtilissima. De subiectis mathematicis:* « Non . . . mihi licet dicere: angulum trianguli aequalem duobus: nisi sciam, quid est unum, duo, plura. Haec abs te non sunt excussa: propterea quod ad primum pertinet philosophum: cuius interest iudicium, et constitutio tum scientiarum omnium, tum etiam principiorum. Quae omnia solus probat » (p. 1026).

[31] *Encyclopaedia*: « . . . *sunt aequales*. Hujusmodi definitiones geometricas magnus ille Ludolphus a Collen ponit 33. hoc ordine . . . » (coll. 47-48; pp. 83-84: seguono le definizioni di van Colen che omettiamo).

[32] Nell'*Encyclopaedia* si tratta prima della *hypothesis*, poi del *postulatum*.

[33] « Non enim solent geometrae omnia docere, sed postulare, ut quaedam sibi concedantur, quo facilius quae volunt explicent — *haec sunt verba Ciceronis in 3. Officiorum* » (*In Erotemata dialecticae Philip. Melanchthonis* Ὑπομνήματα VICTORINI STRIGELII, *excepta de ore eius* . . . [Neapoli in Palatinatu apud Iohannem Mayerum 1579], p. 862). In quest'opera accenni al movimento della terra si riscontrano a pp. 534, 1042, ma senza alcun riferimento a Copernico.

[34] Nell'*Encyclopaedia* si omettono i due rinvii a Strigel e a David Origanus (autore di *Ephemerides novae . . . ab anno 1595 . . . ad annum 1655*, Francofurti ad Viadrum typis Andreae Eichornii, 1599, 1609): « . . . et concedi postulat. Ita postulat mathematicus sibi dari lineam infinitam: hoc est talem, quae satis est longa, ita tamen ut pro arbitrio nostro fieri possit longior et quidem in infinitum. Et hoc dicitur infinitum mathematicum; quod est tale non actu, sed potentia. Saepe tamen mathematici . . . » (col. 48; p. 84). Ma qualche colonna prima Alsted, anticipando la medesima considerazione sui postulati, aveva accennato al 'postulatum' copernicano: « . . . Non enim solent mathematici omnia docere, sed postulare, ut quaedam sibi concedantur, quo facilius quae volunt explicent. Necesse autem est, ut postulata illa non sint ἄδοξα et falsa, licet sint παράδοξα. Alias non nisi aequivoce poterunt dici principia. Tale est illud Copernici postulatum, *terram moveri*. Ubi locum habet illud: λόον μέγα αἴτημα αἰτεῖς, *nimis magnum postulatum postulas* » (col. 43; p. 81).

[35] Cfr. *Protheoria mathematica*: « . . . Ut si quis postulet ad demonstrationem suam conficiendam, terram moveri, coelum stare. (p. 44) . . . Postulata vero nominantur propositiones inter principia relatae, quae per se notae atque manifestae fiunt: nec ulla indigent demonstratione, vel intricata aut multiplici et prolixa descriptione aut delineatione, sed aperta, simplici et facili facta delineatione, notae fiunt, ita ut ipsarum finis sit poësis seu actio. Ut, petatur: a puncto ad punctum rectam lineam

Hypothesis est propositio, quae etsi demonstrationem habet, tamen sine demonstratione ponitur, tanquam elementum. Alias dicitur *propositio* | [30] *concessa*, itemque *lemma*[36]; quod auditor antea sine praeceptore non intellexit, quamprimum vero audit, sine demonstratione concedit: ut, *omnes anguli per crucem oppositi sunt aequales.* Interdum tamen latissime accipitur haec vox *hypothesis*, pro quovis principio mathematico. ⟨Generaliter quoque accipitur in aliis scientiis pro fundamento alicujus sententiae: unde dicimus, aliquem niti hac vel illa hypothesi, sive illa sit vera, sive falsa.⟩

Cap. 5. Methodus demonstrativa mathematicorum

Propositio quae neque elementum est, neque elementi speciem habet, vocatur conclusio, ἡ μετὰ τὰς ἀρχάς.

Conclusio consideratur communiter, vel distincte.

Communiter consideratur quoad sex partes, quae sunt:

I. Πρότασις, *qua proponitur tum datum, tum quaesitum.* Datum, graecis διδόμενον, dialecticis ὑποκείμενον, i.e. *subjectum* dicitur. Quaesitum, graeci vocant ζητούμενον, logici κατηγορούμενον, *praedicatum*, sive affectionem rei subjectae per se accidentem. ⟨e.g. *Datum rectam lineam finitam in duas aequales partes secare.*⟩

II. Ἔκθεσις, scil. τοῦ διδομένου ἢ ἡγουμένου, hoc est, dati [subiecti] seu antecedentis in abaco expositio. ⟨v.g. *Data linea recta finita sit AB.*⟩

III. Διορισμός, scil. τοῦ ζητουμένου ἢ ἑπομένου, | [31] i.e. quaesiti attributi seu consequentis determinatio seu explicatio. ⟨e.g. *Recta finita AB secanda est in duas partes aequales.*⟩

IV. Κατασκευή, *delineatio*, quae praemittitur demonstrationi. Ea nihil est aliud, quam praeparatio subjecti, ad quaesiti investi-

ducere. Quasi dicat: postulo a vobis, ut a puncto dato ad alterum punctum datum recta ducatur linea, quod factu est facillimum » (p. 45).

[36] Cfr. *In Erotemata dialecticae* . . ., *op. cit.*, p. 861.

gationem, et inventi demonstrationem, ideoque preassumit certa quaedam principia. ⟨ut, *Super data linea recta finita AB constituendum est triangulum aequilaterum etc.*⟩

V. Ἀπόδειξις, *demonstratio*, quae est veritatis et affectionis logica comprobatio. Haec demonstrat e jam notis quaesitum rei subjectae inesse. [Demonstrationes in mathesi sunt omnium firmissimae, et omni exceptione majores. *Keck. Cur. Philos. disp. 22. pag. 29.*][37] ⟨Sunt autem hae demonstrationes admodum firmae, omnique exceptione majores: ut, *AC est aequalis CB etc.* Non tamen sunt demonstrationes stricte dictae.⟩[38]

[37] Il pensiero di Keckermann sulle dimostrazioni matematiche è piuttosto limitativo: « Etsi . . . certum est, quod in mathematicis sint probationes penitus necessariae et omni exceptione maiores; tamen paucae sunt in iis demonstrationes stricte et specialiter appellatae: quia in quantitate causae efficientes et finales non ita dominantur, ut in qualitatibus et actionibus. Alioquin, ut dixi, quod attinet probationem necessariam eam quae in logicis *syllogismus dicticus* appellatur, omnino mathematicae disciplinae caeteras omnes philosophicas superant. Il quod non puris tantum et abstractis disciplinis mathematicis, sed mixtis etiam tribuitur a plerisque . . . » (*Cursus philosophici disputatio XXI . . . An in mathematicis dentur demonstrationes omnium evidentissimae?* in *Systema systematum clarissimi viri dn.* Bartholomaei Keckermanni . . . Hanoviae apud haeredes Guilielmi Antonii, 1613, t. II, p. 1123). Keckermann definisce il *syllogismus dicticus*, termine suggeritogli dal collega ed amico Jakob Lohrard: « ⟨syllogismus⟩ qui necessario quidem probat conclusionem, et scientiam gignit, non tamen ex causa efficiente praedicati in conclusione, nec ex fine aut effectu; sed aliis quibuscunque locis necessariis » (*Systema logicae minus* . . . in *Systema systematum* . . ., t. I, p. 904). « . . . Sicut vox ἀποδείξεως includit significationem causae vel probantis effectum, vel probatae ex effectu: ita nomen simplex δείξεως ex mente Aristotelis videtur accomodari posse ad eam probationem, quae necessaria quidem est, sed causam tamen rei non complectitur » (*Systema logicae* . . ., *ib.*, t. I, p. 280). Si spiega così nell'*Encyclopaedia* la rettifica della considerazione in senso restrittivo; v. nota seguente.

[38] Sul carattere delle dimostrazioni matematiche Alsted ritorna nell'*Encyclopaedia* al libro sulla *didactica* e, senza citare Keckermann, ne riporta le considerazioni usando le sue stesse espressioni, come risulta dal raffronto con il testo da noi riprodotto nella nota precedente: « . . . mathe-

VI. Συμπέρασμα, *conclusio*, videlicet praedicati, et repetita totius propositionis affirmatio. ⟨ut, *Recta igitur AB in puncto D secta est in duas partes aequales. Quod erat faciendum.* Delineationem vide infra in geometricos [39].⟩

Atque haec est mathematicorum methodus apodictica, quae tamen non semper cunctas istas partes requirit. Interdum namque nulla opus est ἐκθήσει, interdum nec διορισμῷ, nec κατασκευῇ: si quidem res per se evidentes ac manifestae sint. Plerumque tamen, ⟨et⟩ ἐπὶ τὸ πολύ, ⟨ut loquuntur⟩ summi artifices conjungunt istas partes, teste Proclo. Neque semper propositum directe syllogismis concluditur, sed quandoque ἀπαγωγῇ εἰς τὸ ἀδύνατον utimur. Nec denique semper integris syllogismis, aut harum partium ordine observato, verum saepe enthymematis res absolvitur. [*Petrus Ryff. part. 2. Geom. c. I.*] [40] Adduntur his saepe porismata et instantiae [41]. | [32]

maticae demonstrationes dicuntur omnium firmissimae, comparatione scilicet nostri intellectus. Firmissimae, inquam, id est omni exceptione majores, et penitus necessariae. Sed memineris, quod late hic sumatur vox demonstrationis: quia in quantitate, quod est objectum matheseos, non ita dominantur causae efficientes et finales, ut in qualitatibus et actionibus: unde licet hic dentur plurimae probationes necessariae, paucae tamen sunt in iis demonstrationes stricte et specialiter appellatae: quod vel anniculo logico potest esse clarum. Caeterum firmitas illa demonstrationum mathematicarum cernitur in disciplinis mathematicis et puris et mediis » (coll. 121-122; p. 117).

[39] In *Encyclopaedia* 1630 si precisa: « part. I, c. 4, rig. 9 », ossia a p. 879.

[40] Ryff si limita a rilevare quali delle « magnitudinis . . . habitudines, proprietates et affectiones » vengano dimostrate con sillogismi: « . . . siquidem proprietates istae per se clarae et manifestae sint e suis definitionibus ratae habentur: sin obscurae et ignotae, syllogismis demonstrativis comprobantur; accersitis subinde datis definitionibus geometricis, axiomatibus logicis cognitioni huic inservientibus, postulatis item geometricis, quae per actum quoque physicum intellectum de re proposita informant » (*Quaestiones geometricae . . ., op. cit.*, p. 45).

[41] Cfr. anche *Protheoria mathematica*, pp. 54-56, 65-66, per tutto questo V cap.

Cap. 6. Theoremata et problemata

[*Consideravimus conclusionem communiter, jam considerabimus distincte.*

Est autem conclusio vel] *theorema* [42], *vel problema.*

Theorema est conclusio, quae subjecti affectionem indicat. Itaque

Theorema in figuris jam constitutis et descriptis docet ea, quae vocantur τὰ κατ' αὐτὰ συμβεβηκότα, i.e. *propriae affectiones.* Ejus finis est δεῖξις, εὕρεσις, *sive* θεωρία τοῦ ὄντος, h.e. *demonstratio, inventio et contemplatio alicujus accidentis*, in figura jam absoluta. Nota characteristica illius est, quod per indicativum effertur; clausula ejus, ὅπερ ἔδει δεῖξαι: ut, *in omni trigono duo latera sunt majora tertio*; item, *in omni trigono tres anguli interiores sunt duobus rectis aequales.* ⟨Et, *quod minus est majore, est etiam minus minore.*⟩ [Hic nota theorema communiter vocari regulam, quae occurrit in theoreticis disciplinis, et ita distingui contra canonem, qui in practicis et poëticis occurrit.]

Problema est conclusio, quae magnitudinis alicujus fabricam proponit. Itaque

Problema docet σχήματα καὶ διαγράμματα, h.e., *delineationes*, describere. Ejus finis est ποίησις; nota characteristica, quod per infinitivum ef|fertur [33]; clausula, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι: ut, *super datam lineam rectam finitam, trigonum aequilaterum constituere.* Quare si quis theoremata more problematum enunciet, prodit suam in mathematicis ἀπαιδευσίαν: ut, si quis dicat, *in trigono esse tres angulos duobus rectis aequales*, peccat. Hoc enim est theorema. Ergo per indicativum enunciandum, non autem per infinitivum, quasi sit problema. ⟨Porro⟩

[42] *Encyclopaedia*: « . . . et instantiae. *Conclusio distincte* considerata est theorema . . . » (col. 49; p. 84).

Utrumque, tam theorema, quam problema, est vel simplex, vel compositum.

Simplex est in quo unicum est datum et quaesitum unicum.

Compositum, in quo vel unicum datum et plura quaesita, vel plura data et unicum quaesitum, vel plura et data et quaesita[43].

Hic non possum, quin laudem *Petrum Ramum*, mathematicum absolutissimum. Ille enim primus omnium, quod sciam, problematicas Euclideas propositiones in theoremata, seu propositiones theorematicas, memoriae et perspicuitatis ergo redegit[44].

Cap. 7. Affectiones propositionum mathematicarum

[*Propositionum mathematicarum species breviter executi sumus; persequamur nunc com|munes* [34] *earundem affectiones, quae sunt casus, reductio et conversio.*]

Casus, πτῶσις, *est delineationis*[45] *varia positio, qua puncta, lineae, numeri et caetera alio atque alio modo transponuntur.*

Reductio est transitus ab uno theoremate aut problemate ad aliud, quo cognito ζητούμενον fit manifestum.

Conversio est, quando theoremata, conclusiones, data et quaesita permutantur, ita ut praecedentis propositionis quaesitum in sequenti propositione fiat datum, et contra[46]. ⟨De his et simili-

[43] Cfr. *Protheoria mathematica*, pp. 47-51, 53, per tutto questo VI cap.

[44] *Encyclopaedia*: « Hic observa, *Petrum Ramum* primum omnium problematicas Euclideas propositiones in theoremata, seu propositiones theorematicas, memoriae et perspicuitatis ergo redegisse » (col. 50; p. 84).

[45] *Encyclopaedia*: « . . . ergo redegisse. Caeterum propositionibus istis mathematicis haec tria accidunt. I. *Casus*, qui est delineationis . . . »; *in margine*: Quot sint affectiones propositionum mathematicarum? (col. 50; p. 84).

[46] Nella XIII propos. della *Protheoria mathematica* Dasipodio espone « ea quae propositionibus mathematicis annexa sunt: . . . lemma, casus, porisma, instantia, reductio, conversio ». Alsted, che in precedenza aveva accennato al *lemma* (trattando della *hypothesis*), al *porisma* e all'*instantia*

bus vide *Conrad. Dasypod. In syntagmat. Mathemat. et scholiis Euclideis: itemque Clavium in Prolegomenis Euclideis.*⟩[47]

Cap. 8. Contactus mathematicus

Absoluta est archelogia mathematica; superest pathologia, quae communia quantitatis cuiusque πάθη *pertractat.*

Πάθη, *h.e. communes quantitatis affectiones, sunt vel unitae, vel disjunctae.*

Affectiones unitae sunt, quae cum quantitate reciprocantur sine disjunctione, ut contactus et sectio. Omnis enim quantitas suscipit haec duo.

Contactus mathematicus est, quo minimum unius attingit minimum alterius. Ita in triangulo unum latus dicitur alterum

(alla fine del V cap.), qui stralcia dalla *Protheoria mathematica* le sole definizioni del *casus*, della *reductio* e della *conversio*: « Casus ostendit varios modos delineationis et diversitatem positionis: quando aut puncta, aut lineae, aut superficies, aut corpora, alio atque alio modo transponuntur. Nam omnis in universum eius varietas, maxime conspicitur in delineationibus. Ideoque nominatur casus, quasi dicas, delineationis varia positio. (p. 65) . . . Reductio est transitus ab uno problemate aut theoremate ad aliud: quo cognito atque percepto et comparato, etiam id quod primo proponebatur fit manifestum . . . Conversio apud geometras et mathematicos proprie et primarie dicitur, quando theoremata conclusiones et hypotheses, seu quaesita et data, permutant. Ita ut praecedentis propositionis quaesitum, quod Proclus conclusionem vocat, in sequenti propositione fit datum, quod ab eodem hypothesis vocatur, et ipsa hypothesis fit conclusio . . . » (p. 66). A sua volta Dasipodio per il *casus* e la *reductio* traduce un brano del commento di Proclo alla 1ª propos. del I libro degli *Elementi*.

[47] Per *Syntagmata mathematica* di Dasipodio va intesa la *Protheoria mathematica*, come risulta dalle frequenti utilizzazioni. *Scholia euclidea* del medesimo autore sono sia gli *scholia* dell'*Elementum I*, che i *Commentaria rerum geometricarum et scholia perbrevia sex librorum geometricorum Euclidis* delle *Analyseis geometricae* (v. sopra, pp. 72, 75). I *Prolegomena euclidea* di Clavio formano l'introduzione al suo diffuso commento degli *Elementi*.

tangere in mi|nimo [35] ejus, quod est punctum, sive indivisibile. Mathematicus contactus maxime differt à physico. Ille enim non nisi mente comprehendi potest, hic realis est et crassiusculus. Ita lineae duae possunt sese mutuo tangere in uno duntaxat puncto. Sic punctum tangit punctum in lineae generatione. Hic intellige contactum mathematicum, non physicum. Punctum enim indivisibile est. Et ex punctorum successione generatur linea. Id quod revera admirandum est. Nam omnia sunt non-continua in ratione continui, et indivisibilia in ratione divisibilis. Cadit itaque illud quorundam philosophema: *ex indivisibili continuum effici non potest*. Detur enim pila perfectae rotunditatis super plano perfecto. Pila mota lineam generare videbitur super illa planitie, quae ex punctorum successione producitur, quando contactus utriusque mutuus est in puncto. Certe linea fit a puncto pilae in plano per contactum. Sed vulgarium philosophorum oculi haec non vident.

Cap. 9. Sectio mathematica

Sectio mathematica est, qua minimum unius secat minimum alterius. E contactus natura declarata facile sectionis colligi potest ratio. Non intelligimus sectionem crassam, ut quan|do [36] cultro secatur panis; abstractam volumus, quae fit in indivisibili: ut infra in geometria et optica cum Deo declarabimus. Quanquam enim haec sunt communia, melius tamen in propriis particularium scientiarum subjectis, quibus haec communia insunt et conveniunt, plenius cognosci possunt.

Cap. 10. Finitum et infinitum

Affectiones disjunctae sunt, quae cum quantitate reciprocantur cum disjunctione [48].

[48] La traccia di questi tre ultimi capitoli, e per il X cap. anche il testo, è offerto dal commento alla VII propos. della *Protheoria mathematica*; v. sopra, pp. 202-203.

Suntque: I. Finitum et infinitum. 2. Ratio, qua par et impar. 3. Proportio, qua simile et dissimile dicitur.

Principio itaque *finitum et infinitum* sunt communia quantitatis accidentia.

Finitum est, quod suis circumscriptum est limitibus, quodque e certo et finito principio oritur: v.g. in geometria a puncto, tanquam finito principio, orditur geometra, arithmeticus ab unitate, logista ab uno, geodaeta a grano suae dimensionis initium facit. Postea ad alia, quae ex illis principiis oriuntur, infinita progrediuntur.

Infinitum est, cujus quantitas nunquam terminatur, sed ei semper aliquid auferri addive potest: uti est numerus infinitus, non quidem actu sed potestate.

Finiti et infiniti utilitas in scientiis mathematicis est maxima. Nam si infinitum ex iis tollatur, ratio, proportio, symmetria, asymmetria, aequalitas, inaequalitas, et his similia alia multa tollenda erunt. Nam rerum mathematicarum in infinitum usque fit progressio: ut in numeris ab unitate facimus initium, numerus vero additione in infinitum progreditur, quum tamen numeri dati sint finiti, et magnitudines divisae itidem finitae. Praeterea si ex mathematicis tolleretur infinitum, consequeretur omneis magnitudines esse symmetras, atque nullae invenirentur irrationales magnitudines, de quibus agit *Euclides lib. 10 elem.* Imo hoc ipso arithmetica a geometria differt, quod ἀσυμμετρία tantum sit in magnitudinibus, non autem in numeris. Unitas enim est praedita vi foecunda ad augendos numeros. Ad summam: mathematici postulant sibi dari infinitum non actu, sed potentia. Sic linea dicitur infinita, quae satis est longa, ita tamen ut pro arbitrio nostro fieri possit longior. Ita *Euclid. l. I. elemen. prop. 12. et 22.* utitur linea recta, quae ex una parte finita, ex altera infinita est, hoc est, ad voluntatem nostram, nostramque delineationem perficiendam sat longa. Est itaque postulatum mathe-

maticum, quo artifices petunt, quantitatem in infinitum augere, pro exigentia rei, sive prout necesse est [49].

Cap. 11. Par et impar

Ratio est duarum quantitatum inter se habitudo.

Comparatio duplex est, vel λόγος, vel ἀναλογία, id est, *ratio*, vel *proportio*. Estque duorum extremorum in tertio aliquo collatio. In λόγῳ, *ratione*, duo extrema, sive duo termini qui in collationem veniunt, vocantur ὅροι, *termini*; quorum primus est ἡγούμενος, *antecedens*, secundus, ὑπόμενος, *consequens*.

Ratio est vel aequalitatis, vel inaequalitatis.

Aequalitas est, qua termini sunt aequales, seu pares: ut 2 ad 2, item 3 ad 3.

Inaequalitas est, qua termini sunt inaequales sive impares, unus major, alter minor: ut 4 ad 2, et 3 ad 6.

Ratio inaequalitatis majoris est, quum terminus antecedens est major consequente: ut 3 ad 2.

Ratio inaequalitatis minoris est, quum terminus antecedens est minor consequente: ut 2 ad 4.

In enunciando sic discernimus. In ratione majoris inaequalitatis dicimus, *dupla, tripla, quadrupla*, et sic deinceps; in minori addimus τὸ *sub*; ut *subdupla, subtripla, subquadrupla*. | [39]

Cap. 12. Simile et dissimile

Proportio est plurium rationum inter se habitudo; graecis dicitur ἀναλογία.

Estque vel similitudo, vel dissimilitudo. Illa est proportio formaliter et in se, haec est proportio opposite considerata.

Similitudo est proportio, qua plures rationes inter se conveniunt: v.g. sicuti 4 se habent ad 2, ita 6 ad 3.

[49] « Finitum est quod... necesse est », cfr. *Protheoria mathematica*, pp. 31-32; in *Appendice I*, pp. 202-203.

Haec proportio est continua, vel disjuncta.

Continua est, quae in tribus consistit terminis: ut 4. 8. 16. Sicuti 4 se habent ad 8, ita 8 ad 16. Hîc medius bis sumitur, ad primum quidem ut consequens, ad tertium ut antecedens.

Disjuncta est, quae quatuor constat terminis: ut 4 ad 2, sic 6 ad 3.

Dissimilitudo est proportio opposite considerata, qua plures rationes inter se disconveniunt.

Estque continua, vel disjuncta.

Dissimilitudo continua in tribus consistit terminis: ut 7. 80. 9. Sicut enim primus est dissimilis secundo, ita secundus tertio.

Dissimilitudo disjuncta in quatuor consistit terminis: ut 2. 30. 40. 3. Sicut enim primus dissimilis est secundo, ita tertius quarto.

Non est quod quis miretur, eccur dissimilitudinem ad proportionem retulerimus. Sicut | [40] enim ratio alia est aequalitatis, alia inaequalitatis, ita proportio alia est similitudinis, alia dissimilitudinis. Neque etiam est, quod quis putet, hanc λόγου τε καὶ ἀναλογίας doctrinam esse arithmeticam. Generalis enim est; proindeque generaliter proponenda.

Haec est mathematicae generalis qualisqualis delineatio: ubi primam fregimus glaciem, quoad methodum. Obtestamur itaque matheseos professores, ut hunc laborem nostrum aequi boni consulant, et ita statuant, ingenium nostrum maxime esse φιλομέθοδον καὶ φιλοκαθόλου, ut ita dicam, ideoque hoc unice agere, ut mathesis, hactenus confuse tradita, μεθοδικώτερον proponatur. | [41]

IDEA MATHEMATICAE GENERALIS

- mathematicae generalis
  - definitio, c. 1.
  - distributio in partem
    - I. quae est archelogia, de principiis
      - essendi, c. 2.
      - cognoscendi, quorum
        - species sunt
          - elementa, c. 3. elementorum speciem habentia, c. 4.
          - nec elementa, nec elementorum speciem habentia, quorum
            - methodus, c. 5.
            - distinctio, c. 6.
        - communes affectiones, c. 7.
    - II. quae est pathologia, de communibus affectionibus
      - unitis
        - contactu, c. 8.
        - sectione, c. 9.
      - disjunctis
        - finito et infinito, c. 10.
        - ratione, c. 11.
        - proportione, c. 12.

Finis mathematicae generalis

Riportiamo dalla I ed. dell'*Encyclopaedia* (1620) lo schema di trattazione dell' 'arithmetica generalis'.

TYPUS PARTIS PRIMAE ARITHMETICES

- arithmetica est
  - generalis, part. I de
    - subjecto, c. 1
    - principiis subjecti, c. 2
    - affectionibus subjecti: videlicet computatione
      - simplici, quae est numerorum
        - homogeneorum
          - integrorum
            - numeratio, c. 3
            - algorytmus: ubi sunt species
              - simplices
                - additio, c. 4
                - subductio, c. 5
              - conjunctae
                - multiplicatio, c. 6
                - divisio, quae consideratur
                - absolute, c. 7
                - relate, c. 8
          - fractorum: quorum computatio
            - accidentalis, c. 9
            - essentialis, c. 10
        - heterogeneorum seu mixtorum: quorum computatio
          - accidentalis, c. 11
          - essentialis, c. 12
      - comparata, ubi est
        - ratio, c. 13
        - proportio
          - arithmetica, c. 14
            - simplex
              - directa, c. 15
              - reciproca, c. 16
            - multiplex: regula
              - disiuncta
                - societatum, c. 17
                - dupli, c. 18
                - alligationis, c. 19
                - falsi, c. 20
              - continua: ubi progressio geometrica, c. 21
          - geometrica
  - specialis, part. 2

(t. II, coll. 737-738)

INDICI

Indice terminologico [1]

* *aliqua scientia mathematica communis* 93, 95-97, 150 (Pereira, 1576)
ἀναλογία, ἀναλογίαι 115, 145; v. anche *proportio* e *proportionalitas*
arithmetica generalis sive universalis 141, 142 (Alsted, 1620)
arithmetica practica universalis 117-119, 122, 154 (van Roomen, 1597)
* *illa universalis* μαθηματική 75, 76, 90, 150 (Dasipodio, 1566)
intellectus passivus 38
κοινὰ θεωρήματα 23, 74; v. anche *theoremata communia*
λόγος, λόγοι 115, 145; v. anche *ratio, rationes*
magnitudo 16, 19
materia intelligibilis 37
* *mathematica generalis* 91, 117, 122, 125-129, 131, 132, 135, 136, 138, 143, 150, 153 (Alsted, 1613)
mathematica pura sive intelligibilis 119 (von Roomen, 1602)
mathematica specialis 129 (Alsted, 1613)
mathematica universalis 119, 120, 154 (van Roomen, 1602)
mathesis generalis 127 n. 7, 128 (Alsted, 1610)
* *mathesis generalis alias universalis* 131 (Alsted, 1613)
mathesis specialis 127 n. 7, 128 (Alsted, 1610)
mathesis universa 8, 9, 13, 27, 74, 85, 128, 147

[1] Abbiamo indicato con asterisco le espressioni riferentisi al concetto della *mathesis universalis* proprie dell'autore riportato in parentesi. L'indice non si estende alle *Appendici*.

mathesis universalis 7, 8, 13, 106, 108, 111, 113-115, 119, 135, 145-147, 150, 154
μέγεθος 15-17, 19, 41; v. anche *magnitudo*
natura matematica comune, *natura communis* 23-25, 76, 147, 148; v. anche φύσις κοινή
* *prima mathematica* 106, 113, 142, 150, 151 (van Roomen, 1597)
* *prima mathesis* 20, 31, 93, 101, 106, 113, 119, 122, 150, 154 (van Roomen, 1597)
proportio, proportiones 51, 115, 145; v. anche ἀναλογία, ἀναλογίαι
proportionalitas, proportionalitates 51, 115, 145; v. anche ἀναλογία, ἀναλογίαι
* *quaedam facultas communis...* 38, 150 (Piccolomini, 1547)
* *quaedam scientia communis...* 20, 30, 36, 39-41, 60, 147, 148, 150 (Piccolomini, 1547)
quantitas 9, 11, 16-18, 20, 37 n. 8, 51, 52, 54, 66, 67, 70, 76, 96, 114, 131, 132, 136, 152
quantitas abstracta mathematica 15, 97, 128, 145
quantum phantasiatum 37, 38, 61 n. 45, 148, 150
ratio, rationes 115, 145; v. anche λόγος, λόγοι
* *scientia aliqua universalis* 150 (van Roomen, 1597)
* *scientia quaedam mathematica communis* 112, 113, 150 (van Roomen, 1597)
θεωρήματα 28
theoremata communia 23, 24, 149; v. anche κοινὰ θεωρήματα
* *una aliqua communis scientia universalis* 63, 84-86, 89, 90, 150 (Dasipodio, 1593)
* *una quaedam universalis mathematica scientia* 28 n. 23, 80, 81, 150, 151 (Dasipodio, 1570)
* *universalis illa disciplina mathematica* 20, 76, 78, 90, 150 (Dasipodio, 1566)
* *universalis quaedam mathematica cognitio et doctrina* 73, 74, 76, 90, 150, 151 (Dasipodio, 1564)
universalis mathematica (nell'accezione di *mathesis universa*) 84, 85 (Dasipodio, 1593)

* *universalis mathematica* 85, 148 (Dasipodio, 1593)
universalis mathesis (nell'accezione di *mathesis universa*) 74 (Dasipodio, 1564)
* *universalis mathesis* 123 (Vossius, 1650)
* *universalis quaedam scientia mathematica* 85, 86, 89, 90, 148, 150 (Dasipodio, 1593)
φύσις κοινή 24; v. anche natura comune matematica

Indice dei nomi propri *

Achille (Achilles Statius?) 77
Adelardo di Bath 14
Agricola, R. 64
Alberto Magno 34, 96
Alessandro d'Afrodisia 97
Alfraganus 9
Alsted, J. H. 7, 31, 91, 93, 117, 122, *125-143*, 145, 149, 150-153, 157, 243, 245 n. 3, 248 n. 6, 251 n. 11, 255 n. 19, 261 n. 34, 263 n. 38, 266 n. 46
Althusius, J. 125
Ammonio 12
Anatolio 85, 86, 200
Apollonio 109, 111, 209, 257
Archimede 102, 104-107, 109, 111, 114-117, 210 n. 1, 237, 239, 240, 257
Aristotele 13, 16, 25, 30, 33 n. 1, 34 n. 2, 38-40, 44-54, 58, 62, 64-67, 94, 95, 97, 106, 123 n. 22, 147, 148, 183, 202, 248, 250, 253, 255 n. 18, 258 n. 27
Autolico 257
Averroè 33, 34, 42, 49 n. 24, 61 n. 45, 97

Baldi, B. 41 n. 13, 45 n. 19
Barbaro, D. 56
Barozzi, F. 12, 21, 22, 24 n. 20, 28 nn. 23 e 24, 31, 33, 44, *55-62*, 79, 80, 98 n. 6, 135, 157, 179 n. 4, 205
Bayfius, L. 14
Bayle, P. 125 n. 3
Benedetti, G. B. 109
Bethlen, G. 125 n. 2, 143
Biancani, G. 55, 148
Boccadiferro, L. 42
Boezio 9-11, 13, 36, 51

Caesarius, J. 64
Campano da Novara 14-16, 206

* Sono indicate in corsivo le pagine ove si tratta specificamente dell'autore.

Cardano, G. 109, 110, 138, 141
Casaubon, I. 102
Catena, P. 16 n. 10, 33, *45-55*, 65, 148
Choart de Buzenval, P. 102 n. 4
Christman 103 n. 7
Cicerone 179 n. 4, 260
Clavio, C. 19, 103 nn. 6 e 7, 109, 115, 139, 207 n. 1, 215 n. 2, 216 n. 4, 217 n. 5, 219 n. 6, 226 n. 8, 228 n. 9, 230 n. 10, 267
Claymond, J. 21
Cleomede 77
Cocco, A. 35 n. 5
Cocco, G. 35 n. 5
Commandino, F. 18, 19, 41 n. 13, 109, 230 n. 10
Copernico, N. 260, 261
Cusano, N. 109

Dal Monte, G. 41 n. 13
Damasceno 258 n. 27
Dasipodio, C. 7, 12, 15, 20, 21 n. 18, 22 n. 19, 24 n. 20, 28 nn. 23 e 24, 31, 62, 63, *72-91*, 98, 113, 118, 126, 129, 130, 132, 139, 145-153, 157, 158, 200, 205, 243, 245, 250, 266 n. 46, 267
Delfino (Dolfin), F. 33, 42, 44, 46
De Mauro, T. 8
Descartes, R. 7
Doni, A. 21
Du Jon (Junius), F. *sr.* 246
Du Jon (Junius), F. *jr.* 122 n. 21
Du Plessis-Mornay, P. 102 n. 4
Du Puy, C. 102, 107 n. 12

Echter, J. 104 n. 8
Egidio Romano 34, 96
Epicuro 255 n. 18
Eratostene di Cirene 27, 30, 189-191
Esprinchard, J. 105 n. 9
Estienne, H. 102 n. 4
Euclide di Alessandria 9, 10, 13-22, 31, 40, 43-46, 51, 52, 55, 57, 65, 66, 72, 106-114, 134, 147-149, 153, 203, 211, 214-216, 226, 227, 256, 259 n. 29, 269
Euclide di Megara 13, 18, 52 n. 28
Eudemo di Rodi 11
Eutocio di Ascalona 31, 111-114, 209-213, 230 n. 10

Facciolati, I. 43, 44, 46
Federico II di Danimarca e di Norvegia 81 n. 24
Ficino, M. 179 n. 4
Filippo di Opunte 185 n. 9
Filone Gadareno 109
Filopono (Giovanni Grammatico) 45, 48 n. 22, 50, 52, 53, 55, 97
Fineo, O. 10 n. 3, 106, 109
Fonseca, P. 244, 245, 248

Forteguerri de Colombini, L. 35 n. 5
Friedlein, G. 78, 158

Garzoni, F. 21
Gassendi, P. 103 n. 6
Geber 35 n. 5
Gemino 11, 70
Gemma Frisio 109
Gesner, C. 21 n. 17
Gregorio Tolosano 137
Gregory, T. 8
Grynaeus, S. 13, 14, 21, 157

Herlinus, C. 15, 75
Hervagius, J. 15

Ipparco di Nicea 77
Ipsicle 14

Keckermann, B. 137, 263

Lefèvre d'Etaples (Faber Stapulensis), J. 10, 15, 16
Lipsio, G. 101
Lohrard, J. 137, 263 n. 37

Maggi (Madio), V. 42
Marsilio d'Inghen 34
Martinius, M. 137
Massimiliano II d'Asburgo 81 n. 24
Maurolico, F. 109
Melantone, F. 64
Mendoza, F. de 33 nn. 1 e 5
Mendoza, H. de 33 n. 1
Monantheuil H. de 102, 107 n. 12
Montucla, J.-H. 101 n. 2, 103 n. 7

Nardi, B. 42
Nicomaco 21 n. 18
Nifo (Suessanus), A. 34

Olivian, C. 125
Omero 200
Origanus, D. 261

Pacioli, L. 15, 16
Papadopoli, N. 44 n. 18
Passero (de' Passeri, detto il Genua), M. 42
Peiresc, N.-C. de 103 n. 6
Peletier, J. 109
Pereira, B. *93-99*, 113, 119, 121, 123, 126, 129, 130, 150, 213, 245
Piccolomini, A. 20, 30, 31, *33-44*, 45 n. 19, 47, 49, 50, 56 n. 34, 59-61, 65, 66, 146-149, 151, 205
Pinelli, G. V. 21 n. 18
Piscator, J. 125
Pitagora, 9 n. 1
Pithou, P. 107 n. 12
Platone 12, 26, 31, 44, 46, 58, 62, 98, 99, 128 n. 9, 160, 161, 163, 167, 179 n. 4, 184, 185 n. 9, 192-194
Pontanus, M. 15
Ponzio, F. 61 n. 45

Possevino, A. 130 n. 12
Proclo Diadoco 9, 12-14, 18, *20-31*, 34, 38-40, 44, 46, 58-63, 70-78, 81, 85-90, 94, 98, 99, 113 n. 17, 114, 118, 123 n. 22, 126, 132-135, 147-152, 157, 179 n. 4, 185 n. 9, 189 n. 10, 200, 205, 255, 264, 266 n. 46
Prosdocimo de' Beldomandi 43

Radtolt, E. 10
Ramo, P. 31, 41, 50 n. 25, 53, 62, *63-72*, 75, 90, 107, 118, 137, 138, 149, 259 n. 29, 266
Raphelengius, F. 104
Regiomontano (Monteregio), G. 9, 41 n. 13, 109
Reisch, G. 10
Ritter von Srbik, R. 10 n. 3
Rockenbach 246
Rodolfo II, imp. 104 n. 8, 105 n. 9
Ruellius, J. 14
Ruffus, G. 10
Ryff (Rivius), P. 259, 264

Sacrobosco, G. 46, 55, 60
Scaligero, G.C. 110, 138, 141, 252-254, 256, 260
Scaligero, G. G. *101-104*, 105 n. 9, 106-111, 114-117, 122, 153, 209, 211, 237, 239
Schegk, J. 246
Scheubel, J. 17, 18 n. 11, 109, 149
Schoppe (Scioppius), K. 103 n. 6, 105 n. 9
Sereno di Antinoe 257
Simplicio 12, 38, 46 n. 20, 97
Socrate 178, 179 n. 4, 182, 183, 196, 197
Stein, J. 109
Stiefel, M. 109
Strigelius, V. 261
Sturm, J. 63, 64, 72 n. 14, 257, 258 n. 27

Tamizey, P. 102 n. 4
Tartaglia, N. 14, 16, 109
Temistio 49 n. 24, 97
Teodosio di Bitinia 60, 257
Teone di Alessandria 14 n. 8, 15, 77
Teone di Smirne 179 n. 4, 189 n. 10
Thomas-Stanford, C. 14 n. 8
Timpler, C. 137, 244 n. 1
Tolomeo, C. 12, 35 n. 5, 38, 77, 210 n. 1, 257
Tomasini, G. F. 43
Tommaso d'Aquino 34, 96, 248
Trevisan, B. 43
Trevisan, E. 43

Ursus, N. R. 106
van Colen, L. 259 n. 29, 260 n. 31
van Roomen, A. 8, 20, 31, 93, 96, 98, 101, 103 nn. 6 e 7, *104-123*, 129, 130 n. 11, 135, 137, 142, 149-154, 209,

215 n. 2, 216 n. 4, 224 n. 7, 226 n. 8, 230 n. 10

Viète, F. 102, 103 nn. 6 e 7
Virgilio 200 n. 2
Vitellione 230 n. 10
Voss (Vossius), G. J. 122, 123

Zabarella, G. 53, 55, 148, 248
Zamberti, B. 13-16, 21 n. 18
Zepper, W. 125
Zimara, M. 34, 42

Finito di stampare il 30 settembre 1969
da Visigalli Pasetti arti grafiche - Roma

LESSICO INTELLETTUALE EUROPEO

Pubblicati:

Giuseppe Sermoneta
Un glossario filosofico ebraico-italiano del XIII secolo

Giovanni Crapulli
Mathesis universalis

G. Crapulli - E. Giancotti Boscherini
Ricerche lessicali su opere di Descartes e Spinoza

In corso di stampa:

Pierre Michaud-Quantin
Etudes sur le vocabulaire philosophique du Moyen Age

Eugenio Lecaldano
Le analisi del linguaggio morale: il significato di « buono » e di « dovere » nella filosofia inglese dal 1903 al 1965

Antonia Cancrini
Συνείδησις
Il tema semantico della « con-scientia » nella Grecia antica

Marcella D'Abbiero
« Alienazione » in Hegel
Usi e significati di Entäusserung, Entfremdung, Veräusserung

Raffaele Simone
Per una storia di « σημεῖον-signum »

Prezzo lire quattromila